

内容简介

《小学数学核心素养培育》是一部立足新时代基础教育改革背景，深入探讨小学数学课程如何有效落实核心素养理念的理论与实践相结合的专著。本书以《义务教育数学课程标准（2022 年版）》为根本依据，系统梳理了从“双基”到“三维目标”再到“核心素养”的课程目标演进逻辑，深刻阐释了数学核心素养——包括数学抽象、逻辑推理、数学建模、运算能力、几何直观、数据分析等关键维度——在小学阶段的具体内涵与发展路径。

全书共分三大部分：第一部分聚焦核心素养的理论根基，阐明其作为课程标准修订“北极星”的引领作用，分析核心素养如何重塑课程内容的选择、组织与实施；第二部分深入剖析课程内容对核心素养的承载机制，强调“数与代数”“图形与几何”“统计与概率”等知识领域不仅是知识体系，更是素养生成的载体，并倡导通过主题式、项目式学习实现跨学科融合；第三部分则转向教学实践，提出三大实施建议：一是整体把握课程，推进单元整体教学，提炼“大概念”，构建结构化知识网络；二是创设真实情境，引导学生在解决现实问题中实现深度学习；三是关注学习过程体验，重视学生在探究、操作、交流中的思维发展与情感投入。

本书特别强调评价体系的变革，主张从“评知识”转向“评素养”，倡导多元评价方式，将过程性评价、表现性任务、学习档案袋等纳入综合评估体系，以全面反映学生核心素养的发展水平。同时，书中还指出小学数学教育不仅关乎个体成长，更肩负着培养终身学习能力、提升国民科学素养乃至国家核心竞争力的战略使命。

本书语言严谨而不失生动，既有理论高度，又具实践指导价值，适合一线小学数学教师、教研员、师范院校师生以及关心基础教育改革的研究者阅读参考，是推动小学数学教学从“知识本位”向“素养本位”转型的重要读物。

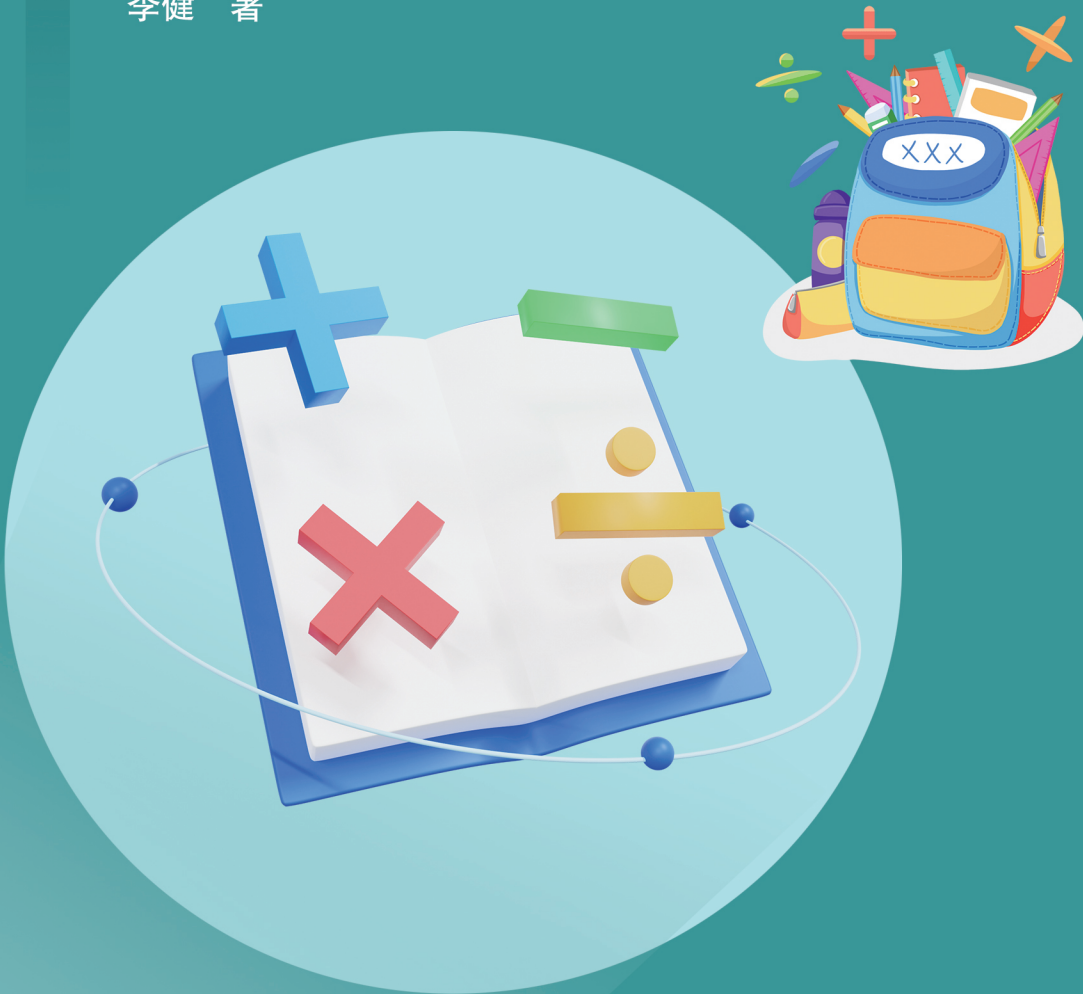
小学数学核心素养培育

李健 著

Cultivation of Core Competencies in Primary School Mathematics

小学数学核心素养培育

李健 著



PRICE: \$25.00



作者简介



李健，男，汉族，山东省济宁市任城区南张中心小学，中小学一级教师。1988 年毕业于山东济宁师范，2024 年网络学习毕业于北京语言大学中文系，济宁市任城区优秀教师。

Cultivation of Core Competencies in Primary School Mathematics

小学数学核心素养培育

李健 著



International
Union of Scientific and
Technological Scholars

CIP INFORMATION

Title: Cultivation of Core Competencies in Primary School Mathematics

题目：小学数学核心素养培育

Author: Jian Li

作者：李健

ISBN: 979-8-90040-006-8

Publisher: CYPEDIA INTERNATIONAL UNION OF SCIENTIFIC AND
TECHNOLOGICAL SCHOLARS

Price: \$25.00

定价：25 美金



**International
Union of Scientific and
Technological Scholars**

Cultivation of Core Competencies in Primary School Mathematics
小学数学核心素养培育

Address: 100 N Howard St Ste R, Spokane, Wa, 99201. United States

Tel: +888-754-5177

Email: contact@cypedia.net

Format: 170mmx240mm 1/16 Sheets: 16.25

Word Counts: 200.000

Edition: First edition in December 2025

Printing: First printing in December 2025

**CYPEDIA INTERNATIONAL UNION OF SCIENTIFIC AND TECHNOLOGICAL
SCHOLARS**

非开放获取·电子版请联络出版社购买·版权归出版社所有·侵权必究

Not Open Access. For the electronic version, please contact the publisher for purchase. The copyright belongs to the publisher.
Infringement will be prosecuted.

前言

PREFACE



当前，世界正经历百年未有之大变局，科技迅猛发展，社会结构深刻变革，人类对教育的期待已不再局限于知识的积累，而更聚焦于个体能否具备适应未来复杂挑战的关键能力与健全人格。在此背景下，“核心素养”成为全球教育改革的核心话语，也成为我国基础教育课程改革的鲜明导向。2022年颁布的《义务教育数学课程标准》明确提出以数学核心素养统领课程设计，标志着我国小学数学教育正式迈入“素养时代”。

然而，理念的更新并不等于实践的落地。许多一线教师虽认同核心素养的重要性，却在教学实践中面临诸多困惑：如何将抽象的素养目标转化为具体的教学行为？如何在有限的课时内兼顾知识传授与素养培育？传统的评价方式又该如何变革才能真正反映学生的素养水平？正是基于这些现实挑战，我们撰写了《小学数学核心素养培育》一书，旨在搭建一座连接课程标准理念与课堂教学实践的桥梁。

本书的写作立足于对课程标准的深度解读，更扎根于对小学数学教育现状的长期观察与反思。我们深知，核心素养不是外在于知识的附加品，而是内生于数学学习全过程的育人成果。因此，全书始终贯穿一个核心信念：数学教育的本质是“育人”，而非“育分”。数学不仅是运算与公式，更是思维方式、文化精神与解决问题的工具。小学生在学习“平均数”时，若仅记住计算方法而无法理解其在比较数据、做出判断中的意义，那么这种学习就是浅表的；唯有在“为篮球队选拔队员”这样真实的情境中，学生才会真正体会到数学的价值，并在分析、讨论、决策的过程中发展数据分析观念与应用意识。

为此，本书特别强调教学方式的系统性转型。我们主张打破以课时为单位的碎片化教学，倡导以单元为整体进行教学设计，围绕“大概念”重构知识结构，使学生的学习形成连贯的探究旅程。我们鼓励教师创设贴近学生生活的真实问题情境，让数学从课本走向现实，激发学生的内在动机与高阶思

维。我们更呼吁教师将目光从“答案是否正确”转向“学生经历了怎样的思考过程”，珍视错误的价值，鼓励合作交流，让学生在“做数学”中建构意义，在“说数学”中发展表达。

此外，本书还深入探讨了核心素养与国家发展、个人终身成长的深层关联。在人工智能日益普及的今天，机械记忆和重复训练的价值正在急剧下降，而批判性思维、创新意识、合作能力等素养却愈发珍贵。小学阶段是思维习惯与学习品质形成的关键期，数学教育所培育的逻辑性、严谨性与抽象能力，将成为学生未来学习任何学科、从事任何职业的底层能力。从这个意义上说，抓好小学数学核心素养的培育，不仅关乎教育质量，更关乎民族未来的竞争力。

本书力求理论与实践并重，既提供清晰的理念框架，也辅以丰富的教学案例与实施策略，希望能为一线教育工作者提供切实可行的行动指南。我们坚信，当每一位教师都能以素养的眼光审视教材、设计教学、评价学生，小学数学课堂必将焕发出新的生机与活力，真正成为培育“全面发展的人”的沃土。

限于作者水平，书中难免存在疏漏及不妥之处，敬请读者批评指正。

——作者



目录 CONTENTS

第一章 数学核心素养概述	1
第一节 核心素养的内涵与特征	1
第二节 小学数学核心素养的构成要素	7
第三节 核心素养与课程标准的关系	14
第四节 核心素养培育的时代意义	21
第二章 数感培养的理论与实践	27
第一节 数感的概念解析与发展阶段	27
第二节 数感的教学设计与趣味体验	32
第三节 数感培养的课堂活动设计	38
第四节 数感培养的评价方法	43
第三章 符号意识的教学研究	51
第一节 符号意识的形成机制	51
第二节 数学符号的教学方法	56
第三节 符号意识的培养路径	62
第四节 符号意识的教学案例分析	69
第四章 空间观念的培养策略	77
第一节 空间观念的心理基础	77
第二节 几何直观能力的培养	83
第三节 空间想象力的训练方法	88
第四节 空间观念的教学实践	94
第五章 数据分析能力的培育	101
第一节 数据分析的基本过程	101
第二节 统计观念的建立	107

第三节 概率思想的渗透·····	113
第四节 数据分析的教学设计·····	118
第六章 运算能力的提升路径·····	125
第一节 运算能力的层次结构·····	125
第二节 运算思维的培养方法·····	131
第三节 运算策略的教学指导·····	137
第四节 运算错误的诊断与纠正·····	142
第七章 推理能力的发展研究·····	149
第一节 数学推理的类型与特点·····	149
第二节 合情推理的培养策略·····	154
第三节 演绎推理的教学方法·····	160
第四节 推理能力的评价体系·····	166
第八章 模型思想的建构方法·····	173
第一节 数学模型的基本概念·····	173
第二节 数学建模的教学过程·····	180
第三节 实际问题与数学模型·····	187
第四节 模型思想的应用案例·····	193
第九章 应用意识的培养途径·····	203
第一节 数学应用意识的内涵·····	203
第二节 生活情境的数学化·····	208
第三节 跨学科融合的应用·····	215
第四节 应用能力的评价标准·····	219
第十章 创新意识的激发策略·····	227
第一节 创新意识的心理机制·····	227
第二节 数学思维的创新训练·····	234
第三节 开放性问题设计·····	240
第四节 创新能力的培养模式·····	247
参考文献·····	253

第一章 数学核心素养概述

数学核心素养的培育是当前基础教育阶段数学教学改革的核心议题，它深刻影响着教学目标的确立、教学过程的设计与教学评价的实施。本章旨在系统梳理数学核心素养的基本理论，从其内涵、特征等多个维度展开论述，为后续探讨小学数学核心素养的有效培育路径奠定坚实的理论基础，从而更好地回应时代对未来公民素质的根本要求。

第一节 核心素养的内涵与特征

对核心素养内涵与特征的准确把握，是理解与落实相关教育理念的前提。本节将深入探讨核心素养的概念界定，明确数学核心素养所蕴含的学科本质、思维方式与文化价值，并剖析其所具有的内在统一与外部结合的复杂特征，为深化数学教育改革提供清晰的认知框架，确保培养方向的科学性与准确性。

一、核心素养的概念界定

核心素养作为一个关键的教育学概念，其界定直接关系到教育目标的设定和实践路径的选择。为了深刻理解其内涵，有必要对其词源进行追溯，考察其在全球化与知识经济时代被提出的宏观背景，并在此基础上形成一个被广泛接受的通用定义，从而为各学科核心素养的构建提供一个明确的逻辑起点和参照系。

（一）素养的词源学考察

“素养”一词在中文语境中具有深厚的历史渊源与丰富的文化意涵。追溯其源头，可见于《汉书》中的“士不素养，不可以重国”，意指平素的修养与积累。这里的“素”指平日、一贯，“养”则为培养、修炼，强调的是一个长期、持续且内化的过程。它不同于单纯的知识获取或技能训练，而是涵盖了知识、能力、品格与价值观的综合体，是一种通过后天学习与实践熔铸于个体的内在品质。在古代，“素”也指本色、白色，引申为事物的根本和基础。因此，“素养”从诞生之初就蕴含着塑造人的根本、奠定发展基础的意义。



随着时代变迁,特别是进入现代社会,“素养”的内涵不断丰富和扩展。它逐渐与“能力”和“品质”等概念融合,被广泛应用于描述个体在特定领域,如文化、艺术、科学等方面所应具备的综合品质。在教育学领域,“素养”比“素质”一词更受青睐,因为“素质”包含了先天的、非教育的因素,而“素养”则明确指向后天教育与个人修习的结果,更符合教育的本质功能。对应的外文词汇源于拉丁语,意为“集合、一致”,起初用于形容工匠掌握特定技能,后逐渐演化为涵盖知识、技能和态度的综合概念,强调在特定情境中有效解决问题的能力。无论是东方还是国外,对“素养”一词的理解都指向了个体为适应环境、解决问题、实现自我发展而形成的综合性、内在化的稳定品质。

（二）核心素养的提出背景

核心素养理念的提出,深刻地烙印着时代的印记,它是对 21 世纪全球化、信息化以及知识经济挑战的直接回应。20 世纪末,以经济合作与发展组织为代表的国际组织敏锐地意识到,传统工业社会以学科知识传授为中心的教育模式,已难以满足新时代 0 对人才的需求。知识经济的崛起,使得创新、合作、解决复杂问题等能力的重要性日益突出。计算机与网络技术的飞速发展,改变了知识的获取方式和社会的运作模式,这要求未来的公民不仅要掌握特定的知识与技能,更要具备学会学习、批判性思考和适应变化等关键能力。

面对这一历史性变局,世界各国和主要国际组织纷纷启动了关于未来人才能力框架的研究。欧盟在 2006 年正式发布了包含 8 项核心素养的终身学习建议案,将其定义为每个人发展自我、融入社会及胜任工作所必需的知识、技能和态度的集合。美国的“21 世纪技能伙伴关系”等组织也提出了类似的框架,强调创新、沟通、协作等跨学科能力。这些研究的共同指向,是从宏观层面回答“未来社会需要什么样的人”这一根本问题。在我国,核心素养的提出同样呼应了深化教育改革、落实立德树人根本任务的时代要求,旨在改变应试教育的弊端,将教育目标从单纯关注知识传授转向促进人的全面发展。

因此,核心素养并非凭空产生的教育口号,而是全球范围内教育应对社会转型所达成的共识。它旨在通过重构课程目标,将关注点从“学什么知识”转移到“培养什么样的人”,以确保教育能够为个体适应未来不可预知的社会、实现个人价值与推动社会进步提供持续的动力。这一背景决定了核心素养必然具有前瞻性、综合性和实践性的鲜明特征。

（三）核心素养的通用定义

综合世界各大教育组织及各国的研究成果，核心素养可以被界定为：个体在面对复杂的、不确定的现实情境时，能够整合并运用知识、技能与态度，以有效解决问题、成功适应并实现发展的必备品格与关键能力。这个定义强调了几个关键要素。首先是其综合性，核心素养不是单一知识或技能的孤立展现，而是认知、能力、情感态度价值观等多元因素的有机整合体。它超越了传统的“双基”（基础知识、基本技能）和“三维目标”（知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观），是更高层次的育人目标。

其次是其情境性与实践性。核心素养的价值最终体现在真实的生活、学习和工作情境之中。它强调个体能够将所学知识“活化”，迁移运用于解决真实世界的问题，这种知行合一的能力是其本质所在。第三是其发展性，核心素养并非一蹴而就，而是在个体的终身学习与发展过程中持续形成和完善的。它始于家庭与学校教育，并在个体一生的经历中不断深化。核心素养具有“核心”的地位，意味着它是众多素养中最关键、最必要的部分，是支撑个体终身发展和社会进步的基石，具有基础性和普适性。总而言之，核心素养描绘了新时代育人的理想画像，是连接宏观教育理念与微观教学实践的关键桥梁。

二、数学核心素养的基本内涵

数学核心素养是核心素养在数学学科领域的具体化，是学生学习数学后应当达成的、具有数学学科特质的综合性品质。它深刻地植根于数学的学科本质、思维方式和文化价值之中，旨在让学生能够以数学的视角观察世界、以数学的思维方式思考世界、以数学的语言表达世界。这一内涵的确立，为小学数学教学指明了方向。数学核心素养的具体构成，可见下表列出的六大要素。

数学核心素养构成要素与功能表

素养要素	核心内涵	对应功能
数学抽象	从具体情境中提取数量关系和空间形式	把握事物的本质，形成概念与理论
逻辑推理	运用归纳、演绎等方法进行思考与论证	确保结论的严谨性与可靠性
数学建模	将现实问题转化为数学表达式并求解	解决实际问题，体现应用价值
直观想象	借助几何图形和空间想象来理解问题	辅助逻辑推理，优化解题思路
运算能力	依据法则、公式进行准确高效的计算	支撑数学活动的基础性工具
数据分析	对数据进行收集、整理、描述与推断	认知世界规律，辅助科学决策



（一）数学本质的体现

数学核心素养的首要内涵在于它深刻体现了数学的本质。数学并非仅仅是数字、公式和图形的集合，其本质是一种高度抽象、逻辑严谨、应用广泛的科学语言和思维工具。数学核心素养正是对这一本质的内化，引导学生超越对具体知识点的记忆，去理解和把握数学产生与发展的内在逻辑。例如，数学抽象是数学最基本的特征，从现实世界中剥离出数量关系和空间形式，是形成数学概念的基础。培养学生的抽象意识，就是引导他们领会数学如何从具体走向普遍，从而抓住事物的本质属性。

同时，数学的应用性也是其本质的重要组成部分。数学源于现实，并最终服务于现实。模型思想作为数学核心素养的重要构成，正是数学应用性的集中体现。它要求学生能够将纷繁复杂的现实问题转化为简明的数学模型，通过模型的求解与解释来解决实际问题。这个过程不仅锻炼了学生的分析与建构能力，更让他们深刻体会到数学作为一种工具的强大力量，认识到数学在推动科技进步和社会发展中的巨大价值。

数学的严谨性也是其学科本质的关键。逻辑推理是保证数学结论可靠性的基石，也是数学体系得以建立的支柱。培养学生的推理意识和能力，就是要让他们学会依据公理、定义和定理进行有条理的思考和论证，做到言之有据、论之有理。这种对严谨性的追求，不仅是掌握数学知识所必需的，更是培养学生科学精神和理性态度的重要途径。因此，数学核心素养的培育过程，本质上就是引导学生不断走近数学、理解数学、并最终运用数学本质去认识世界的过程。

（二）数学思维的凝练

数学核心素养是学生通过数学学习凝练和提升的思维品质的集中体现。数学学习的核心目标之一，就是发展学生的思维能力，而数学核心素养则为这种思维发展提供了明确的方向和结构。它不仅仅是运算能力、推理能力等单项技能的组合，而是一种系统化的、具有数学学科特色的高级思维方式。

1. 逻辑性与严谨性：数学思维最显著的特点是其严密的逻辑性。数学核心素养中的逻辑推理，要求学生能够运用归纳、演绎、类比等方法，有理有据地进行思考和表达。这不仅体现在解题过程的步步为营，更体现在对概念的清晰界定、对命题的审慎判断以及对结论的严谨证明上。这种思维品质的培养，有助于学生形成实事求是、条理清晰的思维习惯，对其未来的学习和生活都将产生深远影响。

2. 抽象性与概括性：数学思维是一种高度抽象的思维。数学核心素养强调的数学抽象，是指从大量具体实例中抽取出共同的、本质的属性，形成普遍性的概念、法则或模型的过程。例如，从3个苹果、3支铅笔中抽象出数字“3”，就是一次重要的思维飞跃。这种化繁为简、由具体到抽象的思维方式，是人类认识世界的基本方式，也是创新思维的重要基础。

3. 模式化与结构化：数学思维善于发现和利用模式。无论是数列的规律、图形的对称，还是代数运算的法则，数学世界充满了各种模式和结构。模型思想等核心素养，正是引导学生用结构化的眼光去看待问题，将无序的信息组织成有序的系统，从而找到解决问题的关键。这种思维方式能够极大地提升问题解决的效率和创造性。

4. 辩证性与灵活性：数学思维并非僵化刻板的。它包含了数与形、宏观与微观、有限与无限、具体与抽象等诸多对立统一的辩证关系。例如，几何直观与逻辑推理的结合，就是形象思维与逻辑思维的辩证统一。培养学生在不同思维方式间灵活切换的能力，鼓励他们从不同角度审视问题，是数学思维富有活力的表现，也是培养学生创新意识的重要途径。

（三）数学文化的传承

数学核心素养的培育同样承载着传承数学文化的重要使命。数学不仅是一门科学，更是一种博大精深的文化现象，是人类文明的重要组成部分。它蕴含着独特的价值观念、审美情趣和理性精神。将数学文化融入核心素养的培育之中，能够让学生在学习知识和技能的同时，感受到数学的人文魅力，从而建立起对数学的认同感和积极情感。

数学文化体现在数学发展的历史长河中。那些数学家们追求真理、勇于探索、严谨求实的科学精神，是激励学生成长的宝贵精神财富。通过了解数学史上的著名问题和人物故事，学生可以感受到数学发展的曲折与趣味，理解数学知识并非天生如此，而是人类智慧长期探索的结晶。这有助于破除学生对数学的神秘感和畏惧感，激发他们探究数学奥秘的兴趣和勇气。数学的价值观念，如追求简洁、和谐与统一，也通过数学核心素养得以传递。数学家们总是力求用最简洁的符号、最优雅的证明来表达深刻的思想，这种对“美”的追求，能够潜移默化地影响学生的审美观。



三、数学核心素养的主要特征

数学核心素养作为统领数学教育改革的纲领性理念，其自身呈现出多维度的复杂特征。深入理解这些特征，有助于在教学实践中全面、均衡地落实素养目标，避免将其片面化或工具化。数学核心素养的特征主要体现在基础性与发展性、综合性与实践性、个体性与社会性等方面的辩证统一。

（一）基础性与发展性的统一

数学核心素养同时具备基础性和发展性两个层面的特征，二者相互依存、辩证统一。基础性是其作为“核心”素养的根本属性，强调了它对于个体终身学习和适应社会的基础支撑作用。小学阶段的数学核心素养，如数感、符号意识、运算能力等，是学生未来进行更深层次数学学习乃至其他学科学习不可或缺的基石。它们如同语言学习中的识字和语法，是构建知识大厦的砖瓦。这种基础性决定了在小学数学教育中，必须扎实地帮助学生掌握基本的数学知识与技能，形成初步的数学意识与思想，为未来的发展奠定坚实根基。

发展性则揭示了数学核心素养是一个动态的、螺旋式上升的成长过程。它并非在某个学段就能完全达成，而是在个体的整个教育生涯乃至一生中持续发展和深化的。小学阶段的推理意识到了初中会发展为推理能力，进而到高中阶段凝练为逻辑推理素养。这种发展性要求我们的教育视角必须具有长远性，不能急功近利，要认识到素养的养成是一个潜移默化、厚积薄发的过程。教学设计需要具有层次性和连贯性，为学生素养的持续生长提供适宜的阶梯和广阔的空间，使其能够随着认知水平的提升而不断迈向新的高度。

（二）综合性与实践性的结合

数学核心素养的另一显著特征是综合性与实践性的紧密结合。综合性体现在其内部构成要素的多元与整合。它并非单一能力的代名词，而是知识、技能、思想、经验、情感、态度等多种心理成分的有机融合体。例如，解决一个复杂的应用题，不仅需要学生具备运算能力和符号意识，还需要他们运用模型思想进行分析，甚至需要创新意识来寻找独特的解法。这种综合性要求数学教学必须打破以往将知识点割裂讲授的模式，转向更加注重知识间的内在联系，创设需要综合运用多种能力才能解决的复杂任务，促进学生各种素养的协同发展。

实践性则强调了数学核心素养的最终落脚点和价值体现。数学学习的根本

目的在于应用,在于解决现实世界的问题。数学核心素养的形成与发展,离不开丰富的实践活动。无论是课堂上的动手操作、小组探究,还是课外的数学建模、社会调查,都是将抽象的数学知识与生动的现实情境相连接的桥梁。通过实践,学生不仅能更深刻地理解数学概念和方法的本质,还能真切地感受到数学的有用性和趣味性,从而激发内在的学习动机。综合性为实践提供了丰富的认知工具,而实践则为综合性的形成提供了真实的舞台和检验标准。

(三) 个体性与社会性的融合

数学核心素养的培育过程深刻体现了个体性与社会性的融合。一方面,素养的形成最终要落实到每一个学生个体身上,具有鲜明的个体性特征。每个学生的认知基础、思维习惯、兴趣特长都存在差异,这意味着他们在核心素养的形成速度、发展水平和表现方式上也会有所不同。教育需要尊重并适应这种个体差异,提供个性化的学习支持和评价方式,让每个学生都能在自己原有的基础上获得最大程度发展。教师需要关注学生在数学活动中独特的情感体验和思维过程,鼓励他们形成富有个性的解题策略和见解。

另一方面,数学活动本质上也是一种社会性活动,数学核心素养的形成离不开交流、合作与分享。在小组讨论中,学生通过倾听他人的想法、表达自己的观点、辩护自己的结论,不仅深化了对数学知识的理解,也发展了沟通能力和团队协作精神。数学语言作为一种精确的交流工具,其本身就蕴含着强烈的社会属性。因此,教学中应积极创设支持对话与合作的学习环境,鼓励学生在与同伴、教师的互动中共同构建对数学的理解,使学习过程成为一个充满社会性建构的动态过程。

第二节 小学数学核心素养的构成要素

小学数学核心素养的界定与培育,是当前基础教育阶段数学教学改革的核心议题。明确其构成要素、内在逻辑与层次关联,是有效开展素养导向教学实践的根本前提。本节将深入探讨小学数学核心素养的构成依据,解析其十大关键要素,并阐述各要素之间层层递进、有机融合的内在关联。

一、小学数学核心素养的构成依据

构建科学合理的核心素养体系,必须植根于坚实的理论基础。小学数学核心



素养的提炼并非凭空创造,而是综合考量了学生的身心特征、数学的学科本质以及时代的发展要求,体现了教育规律、学科规律与社会需求的有机统一。

(一) 基于学生认知发展规律

小学数学核心素养的确立,首要的依据是儿童的认知发展规律。小学生,特别是中低年级学生,其思维方式正处于由具体形象思维向抽象逻辑思维过渡的关键时期。瑞士著名心理学家皮亚杰的认知发展阶段理论指出,这一阶段的儿童主要处于“具体运算阶段”,他们对世界的理解高度依赖于可感知、可操作的具体事物。因此,数学教育必须顺应这一特点,将抽象的数学概念与学生熟悉的生活情境和直观的动手操作紧密结合。

核心素养的设置充分体现了这一原则。例如,“数感”的培养,并非直接灌输抽象的数字概念,而是引导学生在数数、比较、估计等具体活动中感知数的意义和大小关系。“空间观念”的形成,也是通过观察、触摸、拼搭几何体等实践活动,让学生在与物理世界的互动中建立对形状、大小、位置关系的直观认识。从具体到抽象,从动作到思维,是小学阶段数学学习不可违背的路径。

课程内容的组织同样遵循这一规律,呈现出螺旋式上升的特点。同一数学概念或技能,在不同年级会以不同的深度和广度反复出现,每一次的重现都是在前一阶段直观理解的基础上,进行更高层次的抽象与概括。例如,对“加法”的理解,从最初的“合起来”的具体操作,到后来理解其交换律和结合律的抽象性质。这种编排方式既符合学生的认知节奏,也保证了数学知识体系的连贯性和系统性,使得核心素养的培育能够在循序渐进的过程中自然发生。

因此,小学数学核心素养体系的设计,本质上是对儿童数学思维发展蓝图的尊重与遵循。它要求教学活动必须以学生为中心,创设符合其年龄特征和认知水平的学习环境,通过有效的引导和丰富的体验,帮助学生在亲身经历和主动建构中,逐步内化数学的基本品质与关键能力,实现认知上的真正成长。

(二) 基于数学学科内在逻辑

数学作为一门具有高度抽象性、严密逻辑性和广泛应用性的学科,其自身拥有一套严谨的知识结构和内在逻辑。小学数学核心素养的构建,深刻反映了对数学学科本质的理解与尊重。它旨在引导学生不仅仅是掌握零散的数学知识点,更是要感悟数学的思维方式,理解知识背后蕴含的逻辑关系,从而搭建起一个连贯、有序的数学认知框架。

数学知识体系本身具有鲜明的层次性和关联性。它从最基础的元素，如数与形开始，通过运算、关系、变换等方式，逐步构建起更为复杂的理论结构。核心素养中的各个要素，正是对这一内在逻辑的呼应。例如，数感和符号意识是对数学语言最基础的理解，是进入数学世界的前提；运算能力和推理能力则是运用这些语言进行表达、演算和论证的核心技能；而模型思想、应用意识则体现了数学连接现实、解决问题的学科价值。这些素养要素的设置，引导教学关注数学知识的来龙去脉，揭示其发生发展的过程，使学生明白数学结论为何如此，而不仅仅是记忆它是什么。

（三）基于社会未来发展需求

小学数学核心素养的确定，还深刻地烙印着时代的标记，它积极回应了社会发展对未来公民能力素质的迫切需求。当今世界正处在一个信息爆炸、技术飞速迭代的时代，大数据、人工智能、物联网等新兴科技正在重塑社会结构和生活方式。这就要求未来的社会成员不仅要具备扎实的知识基础，更需要拥有强大的适应能力、解决复杂问题的能力和持续创新的能力。数学作为现代科学的基础语言和重要工具，其教育价值愈发凸显。

在这样的背景下，小学数学教育的目标早已超越了简单的计算和公式记忆。核心素养体系明确地将数据分析观念、模型思想、应用意识和创新意识等置于重要位置，正是对这一社会需求的直接回应。数据分析观念旨在培养学生在海量信息面前，能够有意识地去收集、处理和解读数据，并基于数据做出初步判断和决策，这是信息社会公民的基本素养。模型思想则强调将现实世界中的复杂问题抽象、简化为数学模型的能力，这是运用数学思维解决跨领域问题的关键。

应用意识和创新意识更是指向了更高层次的能力要求。应用意识强调学生能主动将数学知识与生活实际相联系，并尝试运用数学方法去解决身边看得见、摸得着的问题，从而体会数学的价值。创新意识则鼓励学生不满足于常规解法，敢于质疑，乐于探究，尝试从不同角度思考问题，提出独特的见解或方法。这些素养的培养，旨在为学生未来的长远发展和终身学习奠定坚实的基础，使他们能够从容应对未来社会的种种未知与挑战，成为积极的、有创造力的社会建设者。

二、小学数学核心素养的十大要素

小学数学核心素养是一个综合性的体系，它将数学课程的核心价值具体化为

学生应具备的关键能力与思维品质。这些要素共同构成了小学数学教育的目标图谱，引领着教学实践的方向，确保学生在学习数学知识的过程中，能够全面、和谐地发展数学素养。核心素养的层次结构与功能定位，可见下表。

小学数学核心素养十大要素构成与层次表

层次	构成要素	功能定位
基础感知层	数感、符号意识、空间观念	认知世界的基石，解决对数学对象的“感知”与“表征”问题。
核心工具层	几何直观、运算能力、推理能力、数据分析观念	分析与解决问题的关键手段，实现数学信息的“加工”与“处理”。
高阶思想层	模型思想、应用意识、创新意识	数学思维的最高境界，指导数学的“应用”价值与“创造”潜能。

（一）数感、符号意识、空间观念

数感、符号意识与空间观念是小学生感知和理解数学世界的基础，它们构成了数学学习的入门感官。

1. 数感是学生对数与运算的直观理解和灵活运用。它表现为理解数的意义，能用多种方式表示数，能在具体情境中把握数的大小关系和数量关系，并能选择合适的算法进行估算和计算。拥有良好数感的学生，在面对数量问题时，能够快速形成大致的判断，而不是机械地依赖精确计算。例如，在购物时能快速估算出商品总价的大致范围，这就是数感在生活中的体现。

2. 符号意识是指能够理解并运用符号表示数、数量关系和变化规律，知道使用符号可以进行运算和推理，得到的结论具有一般性。数学本身就是一门符号化的语言，从数字、运算符号到用字母表示数，都是数学符号。培养符号意识，就是帮助学生理解这种特殊语言的内涵和规则，能够用它来简洁、清晰地进行数学表达和交流。

3. 空间观念则是对现实世界中物体形状、大小、位置关系及空间形态的感知和想象能力。它包括能够根据具体物体想象出几何图形，也能根据几何图形想象出所描述的实际物体；能够描述图形的运动和变化。从辨认长方体、正方体，到想象一个图形旋转、平移后的样子，都离不开空间观念的支撑。

（二）几何直观、数据分析观念、运算能力

在小学数学学习中，几何直观、数据分析观念和运算能力是发展学生数学思维和解决问题能力的重要工具。它们既是具体的技能，也蕴含着重要的数学思想

方法，是连接基础感知与高级思维的桥梁。

几何直观主要是指借助图形来描述和分析问题的能力。它强调利用图形的直观性来揭示数学对象之间的关系，帮助学生理解抽象的数学概念和解题思路。例如，在学习分数时，通过画线段图或圆形图，学生能直观地理解分数的意义和大小比较；在解决复杂的行程问题时，画出路线图能使数量关系一目了然。几何直观并非简单地看图，而是通过“形”来辅助“数”与“理”的思考，是数学思维可视化的重要途径。

数据分析观念是指学生了解在现实生活中蕴含着大量的数据，这些数据常常包含着有用的信息。它要求学生能主动地对数据产生兴趣，并有意识地通过数据去认识事物。这包括了解数据的收集、整理、描述和分析过程，能根据问题情境选择合适的方法来呈现数据，并能从数据中发现规律、提取信息，做出简单的判断和预测。例如，通过统计全班同学的身高体重数据，分析其分布特点，从而对同龄人的普遍生长情况形成初步认识。这种观念的建立，是培养学生实证精神和信息素养的开端。

运算能力并不仅仅指计算的快与准，它更深层的内涵在于理解运算的算理，并能根据问题情境选择合理的运算方法，以及运用运算促进数学推理的能力。小学阶段的运算能力培养，要求学生不仅要知其然，更要知其所以然。比如，在学习多位数乘法时，学生需要理解竖式计算中每一步的实际意义，而不仅仅是机械地对位、相乘、相加。同时，面对一个计算题，能够灵活地运用运算定律（如乘法分配律）来简化计算，这也是运算能力的重要体现。它是一种融汇了程序性知识和策略性思维的综合能力。

（三）推理能力、模型思想、应用意识

推理能力、模型思想和应用意识是小学数学核心素养中体现较高思维水平的要素。它们标志着学生开始从对具体知识的理解，迈向运用数学思维方式去分析和解决问题的更高阶段，是培养学生逻辑思维和实践能力的关键环节。

推理能力是数学的基本思维方式，也是人类理性精神的体现。在小学阶段，推理能力主要表现为能够通过观察、实验、归纳、类比等方式，发现一些简单的数学规律和结论，并能用自己的语言清晰地表达思考过程。例如，通过计算几个“商不变性质”的例子，学生能够归纳出“被除数和除数同时乘或除以相同的数（0除外），商不变”这一普遍规律。同时，学生也能进行简单的演绎推理，即能够



依据已经掌握的定义、性质或法则，进行逻辑推导。这种从特殊到一般，再从一般到特殊的思维往复，是数学能力成长的关键。

模型思想是指从现实生活的具体情境中抽象出数学问题，用数学符号、关系式、图表等建立数学模型来表示问题中的数量关系和变化规律，并最终求得问题的解。小学生接触到的模型往往比较简单，比如用一个算式来表示购物中的找零问题，或者用一个方程来表示鸡兔同笼问题中的等量关系。模型思想的本质是简化和抽象，它架起了从现实世界通往数学世界的桥梁，是运用数学解决实际问题的核心策略。

应用意识则更多地体现为一种主动运用数学的意愿和能力。它包含两个层面：一是“认识到”数学在现实世界中的广泛应用和价值；二是“倾向于”主动从数学的角度去观察和分析身边的事物，并尝试用所学知识去实际问题。具备应用意识的学生，不会认为数学是脱离生活的屠龙之技，他们会好奇地测量房间的面积，计算一次出行的花费，或者设计一个最省钱的购物方案。这种将数学知识“用起来”的倾向，是激发学习内在动机和实现知识价值转换的根本动力。

（四）创新意识

创新意识是数学核心素养体系中的一个高阶目标，它超越了对已有知识的理解和应用，指向对未知领域的探索和对现有方法的突破。在小学数学教育中，培养创新意识并非要求学生做出惊天动地的数学发现，而是指在思维活动中表现出的求异性、批判性、新颖性和灵活性，是学生数学综合素养的集中体现。

培养学生的创新意识，意味着要鼓励他们敢于提出问题，而不是仅仅满足于解决老师提出的问题。当学生对一个司空见惯的数学结论反问“为什么”或者“有没有其他可能”时，创新的火花就已经点燃。它也体现在解决问题的过程中，不墨守成规，能够积极寻找多种解题路径，甚至探索出更简捷、更独特的解法。这种“不唯书、不唯师”的独立思考精神，是创新思维的内核。教学中，教师需要创设开放性的问题情境，保护和激发学生的好奇心，允许他们犯错和“走弯路”，为学生提供敢于创新、乐于创新的心理安全区和活动空间。

三、各要素之间的内在关联

小学数学核心素养的十大要素并非孤立存在，它们相互渗透、彼此支撑，共同构成了一个层层递进、有机统一的整体。正如上表列出的，根据各要素在学生

数学认知发展中所扮演的角色和功能，可以将其划分为基础感知层、核心工具层和高阶思想层三个层次。

（一）基础感知层：数感、符号意识、空间观念

数感、符号意识和空间观念构成了小学数学核心素养体系的基石。它们是学生与数学世界进行交互的最基本、最直接的方式，是所有后续数学学习和思维发展的起点。这一层次的素养主要解决的是学生如何“感知”和“表征”数学对象的问题，是数学学习的“入门感官”。

数感是学生理解数量世界的“第六感”，空间观念则是他们把握几何世界的“心之眼”。两者共同为学生提供了理解现实世界数量关系和空间形式的原始素材。而符号意识，则为这些原始的感知和直观的印象提供了进行数学化表达和交流的工具。学生通过符号将对数与形的感知固定下来，使其能够被清晰地记录、传播和加工。

这三个要素相互交织，密不可分。良好的数感需要借助符号来表达和交流，而对符号的理解又深化了对数及其关系的认识；空间观念的形成离不开对图形、位置等符号化信息的解读，同时对空间关系的深入理解又丰富了符号的内涵。可以说，基础感知层是学生数学世界观的萌芽阶段，为更高层次的数学能力发展提供了必不可少的原材料和认知基础。

（二）核心工具层：几何直观、运算能力、推理能力、数据分析观念

在基础感知层之上，几何直观、运算能力、推理能力和数据分析观念共同构成了核心素养的核心工具层（或称能力层）。这一层次主要解决学生如何“加工”和“处理”数学信息的问题，是学生进行数学思考、开展数学探究的核心“工具箱”。如果说基础感知层是输入和表征，那么核心工具层就是处理和输出，是学生“做数学”的主要体现。

运算能力是在数感和符号意识的基础上，对数学对象进行变换和操作的程序性技能。几何直观提供了可视化的辅助手段。推理能力则是在此基础上，对数学关系进行分析、判断和论证的逻辑思维能力。数据分析观念则是面向不确定性情境，运用统计方法处理信息、做出判断的综合能力。这四者共同构成了学生分析问题和解决问题的核心技能。它们使得学生不再仅仅停留在对数学对象的简单感知上，而是能够主动地运用一系列方法和程序对信息进行加工，从而发现规律、得出结论。



（三）高阶思想层：模型思想、应用意识、创新意识

模型思想、应用意识和创新意识居于核心素养体系的顶端，构成了高阶思想层。这一层次的素养超越了具体的知识和技能，更多地表现为一种数学的思维习惯和价值追求。它主要解决数学学习“为何用”和“如何用得更好”的问题，是数学素养的最高境界，体现了数学教育的终极育人价值。

模型思想和应用意识共同指向数学的实践价值，它们指导学生如何运用基础层和能力层的所学，去观察、分析并解决现实世界的问题。模型思想提供了从“现实”到“数学”的转化路径，应用意识则提供了转化的内在驱动力和价值认同。它们让数学学习不止于数学内部，而是与广阔的现实世界紧密相连，体现了数学的工具性和实践性。

创新意识则是整个核心素养体系中最具引领性的要素。它驱动着学生在掌握和运用数学的过程中，不满足于现状，勇于批判和超越，追求更优的解法、更本质的规律和更广泛的应用。创新意识渗透在基础层、能力层和思想层的方方面面，它鼓励学生在感知中发现新异，在运算中寻求巧思，在推理中敢于猜想，在建模与应用中展现智慧。它是整个素养体系保持活力、不断发展的动力源泉，指引着学生从“学会”数学走向“会学”数学，最终达到“创造”数学的理想彼岸。

第三节 核心素养与课程标准的关系

数学核心素养的培育并非空中楼阁，它与数学课程标准之间存在着密不可分、相互促进的辩证统一关系。课程标准是素养培育的顶层设计与根本遵循，而核心素养则是驱动课程标准不断发展与完善的内生动力。二者协同作用，共同构成了指引小学数学教育改革方向的“罗盘”与“引擎”，旨在培养适应终身发展和社会进步需要的未来公民。

一、课程标准是核心素养培育的行动纲领

课程标准将核心素养的抽象理念转化为具体可操作的教育教学要求，是国家意志的体现，也是指导广大数学教师开展培育工作的根本依据。它通过明确课程目标、规定课程内容、提出实施建议，系统化地构建了核心素养在小学数学教育中有效落地和生根的框架，确保素养培育的科学性、系统性和方向性。

（一）课程目标对核心素养的体现

《义务教育数学课程标准（2022年版）》明确指出，课程致力于使学生逐步形成适应终身发展需要的核心素养。这一表述直接将核心素养的培养提升到了课程目标的统领地位。标准将总目标具体化为“三会”：即会用数学的眼光观察现实世界、会用数学的思维思考现实世界、会用数学的方法解决现实世界问题。这种目标设定本身就是对核心素养的精炼概括。例如，“数学的眼光”主要表现为抽象能力、几何直观和空间观念等，而“数学的思维”则突出体现为运算能力和推理意识。

课程标准进一步将这些素养要求分解到各个学段，体现了其发展性与阶段性。例如，在小学低年级，课程目标更侧重于依托学生的生活经验，激发其好奇心，培养数感、量感和符号意识的萌芽，这是数学抽象素养的早期孕育。随着年级的升高，目标逐渐转向引导学生进行初步的逻辑推理和有条理的表达，使学生在获得“四基”（基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验）的过程中，同步发展“四能”（发现、提出、分析和解决问题的能力），从而使核心素养的各项要素在螺旋上升中得到整合与发展。

（二）课程内容对核心素养的承载

数学课程内容不再仅仅是知识点的机械集合，而是被视为培育学生核心素养的有效载体和媒介。《义务教育数学课程标准（2022年版）》强调对课程内容进行结构化整合，以探索发展学生核心素养的有效路径。无论是“数与代数”、“图形与几何”，还是“统计与概率”，每一部分内容都蕴含着丰富的素养培育价值。例如，“数与代数”的学习过程不仅仅是掌握运算法则，更是在此过程中发展学生的运算能力、符号意识和模型思想。“图形与几何”的学习，旨在通过观察、操作、想象等活动，建立学生的空间观念和几何直观，发展其推理能力。

课程内容的选择与组织方式同样深刻地服务于素养培育。标准强调内容选择要与学生经验、社会生活紧密关联，反映经济社会发展的新变化。比如，数据分析观念的早期渗透，要求学生通过收集、整理、描述和分析身边的数据，学会用数据说话，做出简单的判断与预测，这正是数据分析素养在小学阶段的具体化。标准还倡导探索主题式、项目式等内容组织方式，加强知识的内在联系和跨学科的融合，让学生在解决综合性问题的过程中，实现多种素养的协同发展。数学文化作为课程内容的一部分，也被赋予了新的使命，它承载着思想和文化，有助



于提升学生的人文底蕴和科学精神。

（三）课程实施对核心素养的落实

课程实施是连接课程标准与学生素养发展的关键桥梁。标准对教学活动提出了明确的指导意见，旨在推动育人方式的深刻变革，确保核心素养能够在课堂教学中有效落地。标准倡导启发式、探究式、参与式教学，反对“满堂灌”和机械训练，其根本目的在于将学习的主动权还给学生，激发学生的好奇心和求知欲，为素养的生成提供适宜的土壤。

标准特别强调要重视数学结果的形成过程，处理好过程与结果的关系。这意味着教师需要引导学生亲身经历知识的探究、发现和建构过程，在“做数学”的过程中积累基本活动经验。例如，在学习“三角形的内角和”时，教师不应直接告知结论，而是组织学生通过测量、折叠、拼接等方式自主探究，在体验和思辨中发展其推理意识和实践创新能力。同时，标准还要求教学要关注学生直接经验的形成，处理好直观与抽象的关系，通过创设丰富的情境，帮助学生更好地理解数学知识的本质，将外部的知识要求内化为自身的必备品格与关键能力。

二、核心素养是课程标准修订的核心导向

教育理念的演进是推动课程标准改革的根本动力。核心素养的提出，标志着我国基础教育从关注知识传授迈向了关注人的全面发展的新阶段，它为课程标准的修订与发展指明了方向，成为引领新一轮课程改革的“北极星”，确保课程建设始终朝着落实立德树人根本任务的目标迈进。

（一）从“双基”到“三维目标”再到“核心素养”

我国基础教育的课程目标经历了数次深刻的演变，每一次演变都反映了对“培养什么样的人”这一根本问题的深化认识。早期的课程目标聚焦于“双基”，即基础知识和基本技能，其核心是确保学生能够准确、熟练地掌握学科的基本内容和方法。这一目标在特定历史时期对于知识的普及起到了重要作用，但其局限性也日益凸显，容易导致学生死记硬背，缺乏将知识转化为解决实际问题的能力。

随着2001年新一轮基础教育课程改革的启动，“三维目标”应运而生，它在“双基”的基础上，增加了“过程与方法”和“情感、态度与价值观”两个维度。“三维目标”的提出是一次重大的进步，它将关注点从单纯的知识结论扩展到了知识

的形成过程和学生的内心体验,强调学生在学习过程中的全面发展。这一时期的教学更加注重引导学生经历探究过程,体验学习兴趣,形成积极的学习态度。

然而,从“三维目标”到“核心素养”的演进,则是一次更为深刻的哲学层面的飞跃。如果说“三维目标”仍然是从学科知识体系出发来构建目标,那么“核心素养”则是直接从“人”的发展需求出发,回答了学生在完成学业后,应具备哪些能够适应终身发展和社会需求的必备品格和关键能力。它不是对“三维目标”的否定,而是对其的整合、深化与超越。核心素养将知识、能力、态度等要素有机地整合为一个整体,更加强调其在真实情境中的综合运用,最终指向“全面发展的人”的培养目标。这种课程理念的深刻变迁和侧重点的差异见下表。

课程目标演进对比表

	关注焦点	涵盖范围	核心目标
双基(早期)	知识点与运算方法	基础知识、基本技能	确保知识普及与掌握
三维目标	知识、过程与情感	知识、技能、过程与方法、情感态度价值观	注重学习过程和内心体验
核心素养	必备品格与关键能力	知识、能力、态度、价值观的综合运用	培养全面发展、适应终身发展的人

这一转变深刻地影响了课程标准的顶层设计。以《义务教育数学课程标准》为例,其修订过程清晰地体现了以素养为核心的理念变迁。新版标准不再是简单地罗列知识点和技能要求,而是将数学抽象、逻辑推理、数学建模等核心素养作为统领整个课程的纲领,使得课程的育人导向更加鲜明和聚焦。这种以素养为核心的课程设计,确保了数学教育的最终落脚点是促进人的发展,而非仅仅传递学科知识。

(二) 核心素养引领课程内容的整合与优化

在核心素养理念的指引下,课程内容不再是孤立、零散的知识点拼盘,而是被视为一个结构化、网络化的有机整体。课程标准的修订开始更加注重打破知识壁垒,加强内容之间的内在逻辑联系,以主题、项目等方式进行整合,从而更好地服务于学生综合能力的培养。这种整合与优化,是实现从“学知识”到“用知识”再到“创知识”转变的必然要求。

核心素养的导向作用促使课程内容的选择更加精炼和基础。标准强调要精选对学生终身发展有价值的课程内容,减负提质,避免将过于繁杂、陈旧的知识纳



入课程体系。内容的选择更加关注其在培养学生数学眼光、数学思维和数学方法上的功能与价值。例如，一些纯粹技巧性、对后续学习和素养发展贡献不大的内容被适度削弱，而那些能够体现数学本质、承载重要数学思想的内容则得到强化和突出。

更重要的是，核心素养引领了课程内容的组织方式变革。

1. 加强了内容的结构化与关联性。新课标强调推进单元整体教学设计，改变过去以课时为单位的碎片化教学。教师被鼓励站在更高的高度审视教材，提炼单元“大概念”，围绕某一核心素养或数学思想，将一个单元甚至跨单元的内容进行重组和整合，帮助学生构建起结构化的知识体系。

2. 推动了跨学科主题学习的出现。核心素养的综合性特征，天然地要求打破学科界限。课程标准鼓励设置跨学科主题学习，让学生在解决融合了不同学科知识的真实问题时，综合运用所学，发展创新精神和实践能力。例如，一个关于“校园绿化规划”的项目，就可能同时涉及数学的测量计算、图形设计，以及科学的植物习性、美术的审美布局等，从而在综合实践中培育多方面素养。

（三）核心素养促进教学评价方式的变革

评价是教学的“指挥棒”，评价方式的变革是核心素养落地的关键保障。传统上以知识记忆和解题技巧为主要考察点的评价方式，显然无法准确衡量学生的数学素养水平。因此，在核心素养的导向下，课程标准积极推动建立更加多元、科学、全面的评价体系，其核心是从“评知识”转向“评素养”，从“重结果”转向“过程与结果并重”。

评价内容更加综合化。评价不再仅仅关注学生对数学概念、公式的记忆和掌握，而是更加关注学生在真实、复杂情境中发现、提出、分析和解决问题的能力。这意味着评价需要设计能够体现数学抽象、逻辑推理、数学建模等素养表现的任务。例如，评价任务可能要求学生分析一组生活数据并做出决策，或者设计一个方案来解决实际问题，以此来考察其数据分析、应用意识和创新精神等综合素养。

评价方式更加多样化。课程标准倡导采用多元评价主体和多样的评价方式，将终结性评价与过程性评价相结合。除了传统的书面测验，项目报告、作品展示、课堂观察、学习档案袋、小组合作表现等都成为评价的重要组成部分。这种多样化的评价能够更全面地捕捉学生在知识技能、思维过程、情感态度等方面的表现，对学生的核心素养发展状况进行更立体、更准确的诊断。通过鼓励学生参

与自评和互评，还能激发学生的自我反思意识，使其成为评价的主体，从而促进自主发展素养的形成。

三、基于核心素养的课程教学实施建议

将课程标准中的核心素养理念转化为生动的课堂教学实践，是每一位小学数学教师面临的核心任务。这要求教师不仅要深刻理解数学核心素养的内涵，更要掌握将其融入日常教学的有效策略。这需要教师从课程整体规划、教学情境创设和学习过程体验等多个维度进行系统性变革，推动教学从“以教为中心”向“以学为中心”的深度转型。

（一）整体把握课程，设计单元教学

核心素养的养成是一个长期、连续且整体的过程，它无法通过碎片化的知识点教学来实现。因此，教师必须改变过去那种“教一课，算一课”的孤立教学模式，转向以单元为单位的整体教学设计。这种设计要求教师具备更宏观的课程视野，站在培养学生核心素养的高度，对教材内容进行分析、重组与整合。

在进行单元整体教学设计时，教师首先需要深入研读课程标准与教材，提炼出本单元所要承载的核心“大概念”或“大思想”，并明确其旨在重点培育的数学核心素养是什么。随后，围绕这一核心目标，设计一个贯穿整个单元的、富有挑战性的驱动性任务或关键问题。每一课时的教学内容和活动都应服务于这个总任务，成为解决最终问题的铺垫和支撑。通过这种方式，学生的学习过程不再是被动的知识接收，而是一个连贯的、目标导向的探究旅程，有助于他们理解知识间的深层联系，形成结构化的知识体系，并在解决问题的全过程中发展核心素养。

（二）创设真实情境，引导深度学习

数学来源于现实，也应用于现实。创设与学生生活经验和社会实际紧密相连的真实情境，是激发学生兴趣、引导其进行深度学习的有效途径。深度学习强调知识的关联性、批判性和迁移应用，而真实的问题情境恰恰为这种学习的发生提供了天然的舞台。教师应善于将抽象的数学问题“包装”在生动、有趣、有意义的情境之中，让学生感受到数学的价值和魅力。

一个高质量的教学情境，不仅仅是为数学问题穿上一件“生活外衣”，它应该能够真正引发学生的认知冲突，激发其探究的内在动机。例如，在教授“平均数”



时,与其直接给出概念和计算公式,不如创设一个“为篮球队选拔队员”的情境,让学生在比较不同队员得分数据的过程中,自主意识到需要一个能够代表整体水平的数,从而在真实的需求中理解平均数的意义和作用。

在这样的情境中,学生被鼓励像数学家一样思考,他们需要主动地从情境中提取数学信息,运用已有的知识和经验去分析问题,尝试建立数学模型,并对他人的策略进行评判和反思。这个过程充满了不确定性和挑战性,它能够有效地促进学生逻辑推理、数学建模和批判性思维等高阶能力的协同发展,实现从浅层认知到深度理解的跨越。

(三) 关注过程体验,促进素养生成

核心素养的本质是一种内化于心的品质和外化于行的能力,它无法被直接“教会”,只能由学生在亲身经历和主动建构中逐步生成。因此,教师的关注点必须从“学生学会了没有”转向“学生经历了什么、体验了什么”。教学设计的核心不再是单纯地规划教师的“教”,而是精心设计学生的“学”的过程,为学生提供充分的思考时间、操作空间和交流机会。

在课堂上,教师应成为学生学习的组织者、引导者和合作者。面对一个问题,教师不应急于给出解题步骤和标准答案,而应鼓励学生大胆猜测、自主探索、动手实践。要珍视学生在探究过程中出现的错误,因为错误往往是通往更深刻理解的必经之路。通过组织小组讨论、成果汇报等活动,让学生在同伴的交流与碰撞中,澄清自己的思考,学习他人的方法,学会用数学的语言清晰地表达自己的观点。

这种对过程的关注,实质上是对学生思维发展的尊重和促进。在经历观察、实验、归纳、类比、推理的完整思维过程中,学生的数学活动经验得以丰富,数学思想方法得以感悟,创新意识和实践能力得以锤炼。正是在这一次次亲身参与、手脑并用的体验中,数学知识才真正被学生所“内化”,并最终升华为能够迁移应用的数学核心素养。

第四节 核心素养培育的时代意义

在教育发展的新征程中,小学数学核心素养的培育被赋予了更深远的时代内涵。它不仅关系到每个学生的个体成长,更与国家和民族的未来紧密相连,是推动教育现代化、实现人才强国战略的关键一环。这一培育过程旨在超越传统的知识传授,着力塑造适应新时代要求的综合性人才,其重要性在今天显得尤为突出。

一、落实立德树人根本任务的必然要求

教育的根本使命在于育人。小学数学教育作为基础教育的核心组成部分,其核心素养的培育是践行“立德树人”教育宗旨,实现全方位育人价值的核心路径。它将价值引导、品格塑造与知识学习有机地融为一体,确保数学教育始终不偏离培养德才兼备人才的根本方向。

(一) 培养全面发展的人

小学数学核心素养的培育,其首要目标是促进学生的全面发展。数学教育远非仅限于教会学生加减乘除的运算技巧,更在于通过抽象的数字和符号,有效地锻炼学生的逻辑思维能力、空间想象能力和解决问题的能力。这些能力是构成个体综合素质关键部分,是实现“德智体美劳”全面发展中“智育”的核心途径。在数学学习中获得的思维训练,能够迁移到其他所有学科的学习乃至生活的方方面面,使学生成为一个善于观察、勤于思考的人。

在解决数学问题的过程中,学生需要经历观察、分析、假设、验证等一系列复杂的思维活动。面对一个具有挑战性的题目,学生必须沉下心来,一步一步地进行逻辑推理,这个过程本身就是对学生耐心、细致和坚韧不拔等意志品质的磨砺。当他们通过不懈努力最终找到答案时,所获得的不仅仅是知识本身,更是一种战胜困难的成就感和自信心。这种通过自身努力克服障碍的经历,有助于塑造学生健全的人格和积极向上的人生态度。

(二) 塑造理性科学精神

数学是科学的语言,是所有自然科学和现代技术不可动摇的基础。因此,培育数学核心素养的过程,本质上就是在学生心中播下理性与科学精神的种子。数学教学通过严谨的定义、公理和逻辑推理,向学生展示了知识是如何被精确、可靠地构建起来的。这有助于培养学生凡事讲证据、重逻辑的思维习惯,使他们学



会在众说纷纭的信息面前保持批判性思考，而不是盲目听信或人云亦云。

数学学习鼓励探索与创新，这是科学精神的核心。一个好的数学问题，往往不止一种解法。教师引导学生从不同角度思考问题，鼓励他们大胆提出自己的猜想，并尝试用数学方法去验证。这个“猜想—验证”的过程，正是科学研究的基本范式。它让学生体验到发现的乐趣，明白知识不是一成不变的，而是可以通过探索不断深化和完善的。这种主动探究的欲望和勇于创新的品质，是未来社会最需要的能力，也是科学精神在个体身上的生动体现。

（三）增强国家文化自信

数学不仅是一门全球通用的科学语言，也是人类文明的重要组成部分，在不同文化中都有其独特的历史积淀。中华文明拥有辉煌灿烂的数学成就，从《周髀算经》到《九章算术》，从祖冲之的圆周率到杨辉三角，这些古代数学的智慧结晶，是中华民族对世界文明的巨大贡献。在小学数学教学中有机地融入这些数学史知识，能让学生直观地感受到中华民族的智慧与创造力，从而在内心深处建立起对本国文化的认同感和自豪感。

将中国古代数学思想与现代数学知识相结合进行教学，不仅能让课堂变得更加生动有趣，更能帮助学生建立一种宏大的文化视野。他们会理解到，数学并非是某个国家或民族的专利，而是全人类共同的智慧财富。通过了解中国古代数学在解决实际问题方面的独特方法和成就，学生们能够更深刻地理解数学的本质和价值，并从自己民族的文化根源中汲取力量。这种基于深厚历史底蕴的自信，是一种更为坚实、更为持久的文化自信，激励着新一代为中华民族的伟大复兴而努力奋斗。

二、适应未来社会发展的现实需要

当今世界正经历百年未有之大变局，科技革命和产业变革加速演进。人工智能、大数据等技术正在重塑社会结构和生活方式。小学数学核心素养的培育，是为未来公民奠定生存与发展基础的战略选择，是应对挑战、把握机遇的必然要求。

（一）应对信息时代的挑战

我们正处在一个被数据和海量信息包围的时代。人工智能、大数据、物联网等技术的飞速发展，使得社会对个体的信息处理能力提出了前所未有的要求。在这样的背景下，数学核心素养中的数据分析观念、运算能力和模型思想显得尤为

重要。一个人如果缺乏对数据的理解和分析能力，就如同在信息海洋中失去了航行的罗盘，难以辨别信息的真伪，容易被海量数据所淹没和误导。

小学数学教育正是培养这种关键能力的起点。通过对数据的收集、整理、描述和分析，学生能够初步学会如何从看似杂乱的信息中发现规律、提取价值。这种能力能够帮助他们成长为理性的信息消费者和批判性的思考者。例如，数据分析素养的培养，使学生能够面对网络上的各种统计图表和数据报告时，不仅能看懂表面信息，还能审视数据来源的可靠性、呈现方式的合理性，从而形成自己独立的判断。

常见错误纠正码参数和属性表

	码字长度 n	码长 k	纠错能力 r	比特损失率
Hamming Code	7	4	1	0.43
Golay Code	23	12	3	0.48
Reed-Solomon (7,3)	7	3	2	0.57
Reed-Solomon(15,5)	15	5	5	0.67
Reed-Solomon(15,3)	15	3	6	0.80

模型思想与运算能力的结合，则是个体利用信息技术解决复杂问题的基础。无论是进行科学预测，还是设计一个简单的程序，都离不开将现实问题抽象为数学模型并进行有效计算的过程。在信息时代，数据的可靠性和传输效率至关重要，而这背后的数学基础正是编码理论和纠错机制。例如，在数字通信和存储中，不同的纠错码方案如常见错误纠正码参数和属性表所列，其码字长度、码长和纠错能力都有着精密的数学权衡，体现了模型思想与运算能力的结合。

因此，扎实的数学核心素养是未来公民应对信息时代挑战的“数字盔甲”。它使人们不仅能够适应技术的发展，更能驾驭技术，利用信息创造价值。缺乏这种素养，个体在未来的社会竞争中将处于极为不利的位置。从小抓起数学核心素养的培育，就是为下一代装备这副不可或缺的盔甲。

(二) 培养终身学习能力

在知识爆炸和技术快速迭代的今天，任何人在学校学到的具体知识都可能在短时间内过时。因此，现代教育的重心已经从“授人以鱼”转变为“授人以渔”，即培养学生持续学习、终身学习的能力。数学教育在这一转变中扮演着至关重要的角色，因为数学本身就是一门教人如何思考的学科。它所训练的逻辑推理、抽象思维和解决问题的能力，是所有学习活动的基础，具有极强的可迁移性。



在解决数学问题的过程中，学生会不断进行自我反思：我的思路是否正确？有没有更简洁的方法？这个结论是否可以推广到更一般的情况？这种审视、评估和调整自身思维过程的活动，正是在培养学生的元认知能力。一个具备良好元认知能力的人，能够主动规划自己的学习，监控学习过程，并对学习结果进行有效评估和改进。这正是终身学习者最核心的特征。可以说，小学数学教育不仅仅是在传授数学知识，更是在为学生装备一个能够伴随其一生的、强大的学习引擎。

（三）提升国家核心竞争力

国家的强大根植于国民的素质，而国民的科学与技术素养是国家核心竞争力的基石。在当今世界，科技创新能力已成为国际战略博弈的主要战场，而数学正是所有科学、技术、工程和数学等前沿领域的共同基础和推动力。一个国家如果没有强大的数学基础，就不可能在尖端科技领域取得突破性进展，也无法在激烈的国际竞争中占据优势地位。

小学数学教育是整个国民数学素养金字塔的底座。这个阶段的教育质量，直接决定了未来能够涌现出多少顶尖的科学家、工程师和创新型人才。通过培育小学生的数学核心素养，我们不仅是在为他们个人的未来发展奠基，更是在为国家积蓄最宝贵的人才资源和创新潜力。一个从小就具备良好数感、逻辑思维和创新意识的国民群体，必将能为国家在未来全球经济和科技竞争中提供源源不断的动力，从而有力地提升国家的综合实力和核心竞争力。

三、深化小学数学教育改革的内在动力

核心素养的培育不仅是外部要求，更是驱动小学数学教育自身变革与发展的核心引擎，它深刻地影响着教育的方方面面，引领着改革向纵深发展。这一理念的提出，为解决长期以来数学教育中存在的难题提供了新的方向和内在动力。

（一）推动教学观念的转型

长期以来，我国的小学数学教学在一定程度上存在着“重知识、轻能力，重结果、轻过程”的倾向。许多课堂将数学简化为一套需要记忆的公式、定理和需要熟练掌握的解题步骤，学生在大量的重复性练习中，对数学的兴趣逐渐消磨，思维也趋于僵化。核心素养理念的提出，从根本上挑战了这种陈旧的教学观念。它明确指出，数学教育的目标不是培养“解题机器”，而是要培养会用数学眼光

观察世界、会用数学思维思考世界、会用数学语言表达世界的未来公民。

这一根本性的转变,促使教育工作者必须重新审视数学的本质和教学的目的。教师的角色不再是知识的权威灌输者,而是学生思维发展的引导者、学习兴趣的激发者和探究活动的组织者。教学的重心从教师“教了多少”转向学生“学到了什么”,特别是“学会了怎样学习”。学生是否真正理解了数学概念背后的思想,是否能够在探索中体验到数学的魅力,是否形成了初步的逻辑推理和数据分析能力,这些成为了衡量教学成功与否的关键指标。

（二）促进教学方式的创新

教学观念的转变必然要求教学方式的相应革新。以核心素养为导向的数学课堂,无法再依赖单一的“教师讲、学生听”的模式。为了让学生真正成为学习的主体,发展他们的思维能力和应用意识,教师必须探索和运用更加多样化、情境化和个性化的教学方法。核心素养的培养目标,成为了教学方式创新的催化剂和方向标。

例如,为了培养学生的应用意识和模型思想,教师可以设计更多来源于现实生活的项目式学习任务,让学生在解决“如何为班级春游制定最经济的方案”或“如何设计学校一角的绿化方案”等真实问题中,主动运用数学知识,体验数学的价值。为了发展学生的空间观念和几何直观,动手操作、实物观察和利用信息技术进行动态演示等方式,就比单纯在黑板上画图要有效得多。小组合作探究、辩论式学习等方式,则为培养学生的沟通能力、批判性思维和团队精神提供了肥沃的土壤。这些创新的教学方式,其共同点在于强调学生的亲身经历和主动建构,让数学知识在“做”中学、在“用”中学、在“创”中学,从而使核心素养的落地成为可能。

（三）引领评价体系的重构

评价是指挥棒,对教学活动起着至关重要的导向作用。如果评价体系依然停留在只用一张试卷、一个分数来衡量学生的水平,那么任何教学观念的转型和教学方式的创新都将举步维艰,最终可能流于形式。核心素养的培育,对传统的、以知识点记忆和解题技巧为核心的评价体系发起了直接的挑战,要求建立一个更加全面、多元和注重过程的评价系统。

新的评价体系需要回答的关键问题是:如何评价学生的数感、模型思想或创

新意识这些难以用传统纸笔测验量化的素养？这驱动着评价方式的根本性重构。过程性评价的重要性日益凸显。教师通过课堂观察、记录学生在项目活动中的表现、分析学生的学习档案袋等方式，可以更全面地了解学生思维发展的轨迹和情感态度的变化。这种评价不再仅仅是为了给学生一个最终的等级，更是为了诊断学习过程中存在的问题，并为后续的教学改进提供依据。

第二章 数感培养的理论与实践

数感是数学核心素养的基石，它宛如开启数学世界的钥匙，引导学生从具体可感的数量关系走向抽象深刻的数学思维。本章将深入系统地探讨数感培养的内在机制与实践路径，旨在为小学数学教育工作者提供兼具理论深度与实用价值的指导。

第一节 数感的概念解析与发展阶段

全面理解数感的概念，厘清其在不同发展阶段的特征，是有效开展数感培养教学活动的前提。本节将从数感的内涵出发，逐步解析其构成要素、形成机制以及小学生数感发展的阶段性特点，为构建科学的数感培养体系奠定理论基础。

一、数感的内涵与本质

数感是一种内化的、与数相关的综合能力，它超越了单纯的计算技能，是学生在数学学习中形成的一种对数与运算的直觉把握和敏锐感知。深入剖析数感的定义、构成与知识关联，有助于我们更准确地把握其本质。

（一）数感的定义与辨析

数感是一个复合型的概念，学界对其定义虽未完全统一，但其核心思想高度一致。数感通常被定义为个体对数与数量、数量关系、运算结果等方面的直觉感悟、理解和运用能力。它并非一种孤立的知识或技能，而是一种综合性的数学素养，是学生在面对与数量相关的情境时，能够自然而然地进行数学化思考和判断的内在品质。

辨析数感与计算能力的关系至关重要。计算能力侧重于算法的准确与熟练，强调过程的规范性和结果的精确性。而数感则更为宽泛与灵活，它包括对数量级的直觉判断、对运算结果的合理性估算、以及在解决问题时对计算策略的灵活选择。例如，面对“ 99×102 ”这样的计算，拥有良好数感的学生不会立即投入复杂的笔算，而是能迅速估算出结果约等于一万，这种估算能力正是数感的重要体现。



现。因此，数感是计算能力的基础和灵魂，缺乏数感支撑的计算往往是机械而僵化的。

（二）数感的核心构成要素

数感是一个多维度的能力结构，它由若干相互关联、相互促进的核心要素构成。全面地认识这些要素，对于系统性地设计数感培养方案具有指导意义。根据《义务教育数学课程标准》以及相关研究，数感的核心构成要素主要包括以下几个方面：

1. 理解数的意义。这是数感最基础的层面，要求学生不仅能认识、读写数，更要理解数在不同情境下的含义。例如，理解“5”既可以表示5个苹果的数量，也可以表示赛道上的第5名。学生需要能在具体情境中把握数的实际意义，并能运用数来表达和交流信息。

2. 把握数的大小关系。这涉及到对数的顺序、相对大小以及数量级的感知。学生应能熟练比较数的大小，理解数在数轴上的位置关系，并能对一个数的大小进行合理的估计。比如，能快速判断 $\frac{4}{5}$ 比 $\frac{7}{8}$ 小，或者能感知到“一亿”这个数量的巨大。

3. 理解运算的意义与效果。这要求学生深刻理解加、减、乘、除四则运算的本质含义，以及这些运算对数产生的影响。例如，理解乘法是相同加数连加的简便运算，除法与分数、比之间存在着密切联系。同时，能预见运算可能产生的结果范围，并对其合理性做出解释。

4. 灵活运用计算策略。具备良好数感的学生在面对计算问题时，不会拘泥于唯一的、固定的算法，而是能够根据数的特点和运算的关系，自主、灵活地选择或创造出简便的计算方法。例如，计算 $25 \times 32 \times 125$ 时，能主动运用乘法交换律和结合律，将其转化为 $(25 \times 4) \times (8 \times 125)$ 进行巧算。

（三）数感与数学知识的关系

数感与数学知识之间存在着相辅相成、有机统一的紧密联系。一方面，数学知识是数感形成与发展的基础和载体。对数的概念、运算定律、数量关系等基础知识的扎实掌握，是培养数感的必要前提。学生无法在对数位、分数意义等基本概念模糊不清的情况下，建立起对数敏锐的感知。知识的不断积累和深化，为数感的提升提供了丰富的素材和坚实的支撑。

另一方面，数感能够极大地促进学生对数学知识的理解、内化和灵活运用。

具有良好数感的学生，能够更深刻地洞察知识间的内在联系，构建起结构化的知识网络，而不是将知识点孤立地记忆。例如，拥有数感的学生在学习小数时，能自然地将其与分数、百分数联系起来，从而形成一个关于“部分与整体关系”的统一认知。数感还能引导学生在解决问题时，超越僵化的知识套用，进行创造性的思考，从而实现知识的活化与迁移。因此，在数学教学中，知识的传授与数感的培养必须同步进行、有机融合，不可偏废。

二、数感形成的过程与机制

数感的形成并非一蹴而就，它是一个循序渐进、螺旋上升的认知建构过程。深入探究数感形成的内在机制，有助于教师遵循学生的认知规律，设计出更有效的教学活动，从而科学、高效地促进学生数感的生长与发展。

（一）从具体到抽象的认知过程

数感的形成过程，本质上遵循着人类认知发展的一般规律，即从具体到抽象的思维跃迁。在小学阶段，特别是低年级，学生的思维方式以具体形象思维为主，他们对世界的认识高度依赖于直观的感知和亲身的体验。因此，数感的启蒙必须植根于丰富的、可操作的现实情境和具体事物。教师需要为学生提供大量的实物、教具和学具，如小棒、计数器、积木等，引导他们通过数、摆、分、合等动手操作活动，亲身经历数量的累积、分解与组合过程。

随着年龄的增长和认知水平的提升，学生逐渐开始将这些具体操作经验进行内化，形成头脑中的表象。例如，从最初需要依赖数手指计算，过渡到在头脑中想象小棒进行运算。这个由外部动作向内部思维转化的过程，是抽象思维发展的关键一步。最终，学生将从对具体数量关系的依赖中脱离出来，能够直接对抽象的数学符号进行理解 and 操作，并建立起对数字关系和模式的直觉把握。这个从具体实物到内部心象，再到抽象符号的认知路径，是数感形成的根本机制。

（二）数概念的内化与建构

数感的建构核心在于数概念的真正内化。所谓内化，是指学生不仅仅是记忆了数的相关知识，而是将这些知识融入自己已有的认知结构中，形成个性化的、深刻的理解。这个过程不是被动接收，而是一个主动建构的过程。学生在与环境的互动中，不断地对新信息进行处理，通过“同化”与“顺应”两种方式，调整和重构自己的认知图式。



例如,在学习“分数”这一概念时,学生最初可能通过分苹果、分披萨等活动,将分数理解为“整体的一部分”。这是一个“同化”的过程,即将新知识纳入已有的“分配”经验中。当他们接触到“假分数”或“一个数是另一个数的几分之几”这类更复杂的情境时,原有的认知结构会产生冲突。此时,学生需要调整自己的理解,认识到分数不仅可以表示部分,还可以表示数量关系或一个独立的数,这就是“顺应”。通过这样持续不断的冲突、调整与平衡,学生对数的理解逐步深化,从单一、孤立的认识走向系统、关联的认识,数感也随之得以建构和发展。

(三) 数运算意义的理解

对运算意义的深刻理解是数感发展的重要驱动力。如果学生仅仅将加减乘除看作是一套机械的计算规则,那么他们的数感水平将难以得到实质性的提升。发展数感,必须引导学生超越算法本身,去探寻运算背后蕴含的数量关系和变化规律。这意味着教学不应仅仅停留在“怎么算”,更要聚焦于“为什么这样算”以及“运算揭示了什么”。

例如,在教学乘法时,除了让学生掌握乘法口诀和竖式计算,更重要的是让他们理解乘法所代表的“求几个相同加数的和”的数学模型。通过创设“买同样的几件商品”、“排成几行几列的方阵”等问题情境,学生可以直观地感受到乘法在解决实际问题中的简洁与高效。当学生真正理解了运算的意义后,他们才能在面对复杂问题时,准确地判断应该选择哪种运算,并能对运算结果的合理性进行预测和监控。这种对运算本质的洞察,使得计算不再是冰冷的程序,而是充满意义的思维活动,从而极大地促进了数感的形成。

三、小学生数感发展的阶段性特征

小学生的认知发展具有鲜明的阶段性,这决定了他们的数感发展也呈现出从具体到抽象、从初步感知到灵活运用的阶段性特征。准确把握不同学段学生的数感发展特点,并采取与之相适应的培养策略,是小学数学教学成功的关键。小学生数感发展阶段特征可见下表:

小学生数感发展阶段特征表

阶段	学段	思维特点
初步感知阶段	低年级（一、二年级）	具体形象思维
意义理解阶段	中年级（三、四年级）	抽象逻辑思维萌芽
灵活运用阶段	高年级（五、六年级）	抽象逻辑思维主导

（一）低年级：初步感知与实物操作阶段

低年级（一、二年级）的学生处于具体运算阶段的初期，他们的思维高度依赖于直观感知和动手操作。在这个阶段，数感培养的核心任务是帮助学生建立数与具体事物之间的联系，形成初步的数量观念。他们的数感主要表现为对 100 以内数的认识、数数、以及通过实物操作理解简单的加减法意义。例如，他们可以通过数小棒来理解“10 个一是 1 个十”，通过分苹果来体会“平均分”的含义。

这一阶段学生的数感特点是具体性和动作性。他们对数的理解离不开具体物品的支撑，解决问题的方式主要是借助实物进行摆弄和操作。对于抽象的数学符号和运算规则，他们的理解尚浅，常常需要借助具体情境来辅助思考。因此，教学中应充分利用学具、教具和生活中的实例，创设丰富多彩的数学活动，如数数比赛、购物游戏等，让学生在“做数学”的过程中，积累丰富的感性经验，萌发对数的亲切感，为后续数感的发展奠定坚实的基础。

（二）中年级：意义理解与关系建立阶段

进入中年级（三、四年级），学生的抽象逻辑思维开始发展，但仍需具体形象的支持。他们在数感发展上进入了一个关键的过渡期——从初步感知转向对数学意义的理解和数量关系的建立。此阶段的数感培养重点在于深化对数和运算的理解，并开始探索数与数之间的内在联系，正如上表列出的，这是从具象到抽象的关键一步。

1. 数的范围显著扩展。学生开始接触万以上的数，并学习小数和分数。他们需要建立起初步的数位概念，理解大数和分数、小数的意义，这要求他们开始脱离对单个物体的依赖，转向对集合和关系的理解。

2. 运算的理解加深。学生学习乘法和除法，并开始接触多步运算。他们不仅要掌握计算方法，更要理解乘除法在解决“倍数关系”、“包含关系”等问题中的应用，逐步建立起对四则运算内在联系的认识。

3. 数量关系的探索。中年级学生开始有意识地观察和发现一些简单的数量



关系和规律，如在数列中找规律、理解和差、和倍等问题模型。这是他们数学思维从关注单个的数和运算，转向关注关系和结构的重要标志。

教学上，应注重数形结合思想的渗透，利用直观模型（如线段图）帮助学生理解复杂的数量关系，引导他们总结和归纳运算定律，鼓励他们用自己的语言解释计算过程和结果的合理性，从而促进其数感由具体向抽象、由现象向本质的深化。

（三）高年级：灵活运用与策略选择阶段

高年级（五、六年级）学生的抽象逻辑思维占据主导地位，他们能够进行一定程度的假设和推理。在数感方面，他们进入了灵活运用与策略选择的成熟阶段。这一阶段数感培养的目标是提升学生综合运用数学知识解决问题的能力，发展估算能力、模型意识和优化思想。他们的数感发展呈现出更高的概括性和策略性。

学生能够更加灵活地理解和运用数的多种表示方式（如分数、小数、百分数之间的转化），并能深刻洞察不同运算之间的关系（如乘法与除法、乘方与开方的逆运算关系）。在解决问题时，他们不再满足于找到一个答案，而是开始追求最优的解题策略，能够自觉地运用估算来监控计算过程，或运用运算定律、性质来简化计算。例如，面对复杂的应用题，他们能够抽象出其中的数学模型，如行程问题、工程问题等，并调用相应的策略进行解决。

第二节 数感的教学设计与趣味体验

一、创设真实情境，激活数感

将抽象的数学知识与学生熟悉的生活场景相连接，是激活其原有经验、唤醒内在数感的关键一步。真实情境能让数学变得生动具体，使学生切身感受到数学的无处不在和实际功用，从而在内心深处对数学产生亲切感，激发主动学习和探索的欲望。

（一）联系生活实际，感受数的意义

数学知识源于生活，最终也必将回归生活并服务于生活。将课堂教学与学生的日常生活紧密联系起来，是帮助他们理解和感受数的实际意义的最有效途径。教师应善于挖掘和利用学生身边的数学素材，将抽象的数字和运算融入到购物、测量、分配等具体的活动中，让学生在亲身体验中感悟数学。例如，在教授“人

民币的认识”时,可以通过模拟超市购物情境,让学生在购买商品、支付和找零的过程中,切实理解元、角、分之间的换算关系以及加减法的实际应用价值。

这种教学方式打破了传统数学课堂的枯燥与封闭,将学生从被动的知识接收者转变为主动的探索者。当学生发现楼层号、公交车路线、商品价格、日历日期等都蕴含着丰富的数字信息时,他们会自然地用数学的眼光去观察和思考周围的世界。比如,在学习“折扣”概念时,可以引导学生讨论不同商场的促销活动,计算使用优惠券和现金券哪种方式更划算。这种与生活息息相关的任务不仅能巩固知识,还能让学生体会到数学的工具价值,进而内化为一种自觉的思维习惯。

(二) 利用游戏活动,体验数的乐趣

游戏是儿童的天性,也是一种极具吸引力的学习方式。将数学知识巧妙地融入到有趣的游戏活动中,不仅能有效吸引学生的注意力,还能让他们在轻松愉悦的氛围中主动探索、体验和感悟数的规律与关系,从而在玩乐中培养数感。游戏化教学能够将抽象的概念具体化,将紧张的学习情绪轻松化,让学生在不知不觉中亲近数学。

教师可以根据教学内容设计丰富多样的数学游戏,激发学生的学习兴趣。

1. 数字卡片游戏:例如,“找朋友”游戏,让学生快速匹配数字与对应的数量;“比大小”游戏,两人出示卡片,数字大的“吃掉”数字小的,可以帮助学生熟练掌握数的大小比较。“巧算24点”这类经典游戏则能极大地锻炼学生的口算能力和思维灵活性。

2. 肢体与操作游戏:例如,“小青蛙跳数线”游戏,让学生扮演青蛙在地面上的数轴进行加减跳跃,直观地理解加减法的意义。“夹豆子”或“移动火柴棒”等游戏,则需要手眼协调与逻辑思考相结合,在动手操作中深化对数与形的理解。

这些游戏活动为学生提供了丰富的数学体验,使他们在主动参与和互动合作中感受数学的魅力。当学生为了赢得游戏而积极思考数字的组合、运算的策略时,他们对于数的理解便不再是停留在表面的记忆,而是转化为一种内在的直觉和策略性思维。这种在成功体验中获得的快乐,会进一步强化他们学习数学的动机,形成良性循环。

(三) 设置问题悬念,激发数的探究

富有挑战性的问题是点燃学生思维火花的火种。教师在教学中精心设计一些具有悬念、引人入胜的问题情境,能够有效激发学生的好奇心和求知欲,引导



他们主动投入到对数与运算的探究活动中。一个好的问题,能让学生处于一种“想知而未知,欲罢而不能”的心理状态,从而驱动他们积极思考,寻求答案。

例如,在教学“亿的认识”时,可以提出这样的问题:“一张纸的厚度大约是0.1毫米,一亿张这样的纸叠在一起有多高?它能超过世界最高峰珠穆朗玛峰吗?”这个问题将一个抽象的大数与一个具体的、可感知的参照物联系起来,极易引发学生的兴趣和猜测。学生为了解决这个问题,需要进行单位换算、乘法计算和结果比较,这个过程不仅是对运算技能的运用,更是对大数概念的深度体验。当他们通过计算发现一亿张纸的高度远远超过珠穆朗玛峰时(约10千米,而珠峰约8.85千米),其内心的震撼会加深他们对“亿”这个单位的直观感受。

在探究过程中,教师应鼓励学生大胆猜想,并引导他们通过动手操作、查阅资料或合作讨论来验证自己的猜想。这种问题驱动的教学模式,将学习的主动权交还给学生,使他们成为知识的发现者和建构者。学生在解决悬念的过程中,不仅学会了具体的数学知识,更重要的是锻炼了分析问题、提出假设、验证推理的科学探究能力,这种深层次的思维参与对于发展和提升学生的数感至关重要。

二、注重动手操作,建立数感

小学生的思维正处于由具体形象思维向抽象逻辑思维过渡的关键阶段,他们对世界的认知在很大程度上依赖于直接的感知和操作。因此,在数学教学中强调动手操作,让学生通过摆弄学具、亲身测量等实践活动,能够有效地帮助他们将抽象的数学概念与具体的实物建立联系,从而在“做数学”的过程中直观地建立和巩固数感。

(一) 运用学具模型,理解数的组成

学具和数学模型是抽象数学知识与学生形象思维之间的重要桥梁。通过让学生动手操作小棒、计数器、方块等学具,可以帮助他们直观地理解数的意义、数的组成以及数与数之间的关系。例如,在学习“10以内数的认识”时,让学生亲手摆放相应数量的小棒,可以让他们在视觉和触觉上建立数与量的对应关系。

在教学“20以内的进位加法”时,“凑十法”是一个核心且较为抽象的难点。教师可以引导学生用小棒进行操作:计算 $9+4$ 时,让学生先摆出9根小棒,再摆出4根,然后思考如何能更快地看出总数。学生通过自主探究,可能会想到从4根里拿出1根与9根凑成10根,剩下3根,合起来就是13根。这一操作过程

清晰地展现了“凑十”的思维路径，将抽象的算法步骤转化为具体可见的动作，使学生深刻理解了“拆小数、补大数”的算理，而不是机械地背诵口诀。这种通过操作获得的感性认识，是学生理解数的组成和运算本质的宝贵经验。

（二）开展测量活动，感知数的大小

数不仅有“多少”的含义，还包含着“大小”、“长短”、“轻重”等度量的意义。开展形式多样的测量活动，是培养学生量感、深化其数感的重要途径。这些活动让学生在实践中感知和比较不同单位的大小，建立起对量的直观概念，从而更深刻地理解数的相对大小关系。例如，在学习长度单位时，仅仅告诉学生1米等于100厘米是远远不够的。

教师应该让学生亲身参与到测量中来。可以让他们用尺子量一量课桌的长度、教室的宽度，用步子丈量操场的长度，甚至可以组织学生到户外，估测并测量一棵树的高度。在学习重量单位时，可以让学生亲手掂一掂1千克的盐和1千克的棉花，感受同样重量但不同体积带来的差异。通过这些丰富的实践活动，学生头脑中关于“米”、“千克”、“分钟”等单位的印象才会变得鲜活而具体。

当学生对这些基本单位建立起清晰的表象后，他们才能更好地理解更大或更小的量。例如，在感受“1千米”的距离时，可以组织一次校园长跑活动，让学生切身体验跑完1千米需要的时间和体力消耗。这种源自身体感官的直接经验，远比书本上冷冰冰的数字定义更能让学生对数的大小形成深刻而持久的感知，从而有效提升他们的数感。

（三）进行估算实践，培养数的直觉

估算是在日常生活中应用极为广泛的一项数学技能，它要求人们在不进行精确计算的情况下，对事物的数量或运算结果做出合理的推断。估算能力的培养对于强化学生的数感，特别是培养对数的直觉判断力具有不可替代的作用。经常进行估算实践，有助于学生在具体情境中把握数的相对大小关系，并对计算结果的合理性做出快速的解释。

估算教学应渗透在数学教学的各个环节。教师要善于创设需要估算的生活情境，例如，在组织秋游活动前，可以让学生估算一下全班同学的总花费大约是多少；在购物时，估算购买几样商品是否会超出预算。这些活动鼓励学生根据实际情况灵活地运用取整、分组等策略进行快速的概略性计算，而不是依赖唯一的精确算法。在估算过程中，学生需要调动自己已有的知识和生活经验，对数进



行整体性的把握和判断。

在进行精确计算之前,可以先让学生对结果进行估算,这不仅能培养他们的预判能力,还能在计算后利用估算结果来检验答案的合理性,从而形成自我监控的学习品质。例如,在计算 34×19 时,学生可以估算为 $30 \times 20 = 600$,如果精确计算的结果是 646,那么这个答案就是合理的;如果结果是 6460,则显然是错误的。这种习惯的养成,能够有效减少计算中的错误,更重要的是,它促使学生不再将计算视为纯粹的机械操作,而是在理解数理的基础上进行有意义的思考,从而极大地促进了数学直觉和数感的发展。

三、鼓励算法多样化,发展数感

《义务教育数学课程标准》明确指出,应鼓励和尊重学生在解决问题时采用不同的方法。算法多样化不仅是对学生个体差异的尊重,更是发展其思维灵活性、加深其对数与运算理解的重要途径。当学生有机会探索和展示自己独特的解题思路时,他们的数感便在这一创造性的过程中得到了充分的发展和提升。

(一) 尊重个体差异,允许不同解法

由于学生的知识背景、思维习惯和认知水平存在差异,他们在面对同一个数学问题时,很自然地会产生不同的解决方法。教师应当珍视并尊重这种差异,创造一个开放、包容的课堂氛围,鼓励学生大胆说出自己的想法,即使有些方法看起来比较“笨拙”或不成熟。这种做法的核心在于承认每个学生都是独特的学习主体,他们的每一种尝试都蕴含着其自身的数学思考。

例如,在教学两位数加法(如 $25+24$)时,学生可能会出现多种算法。有的学生可能会采用传统的竖式计算;有的学生可能会先算 $25+20=45$,再算 $45+4=49$;还有的学生可能会想到将 24 看作 $25-1$,从而将算式转化为 $25+25-1=49$ 。教师此时不应过早地评判哪种方法最优,而应给予每位学生展示和解释自己算法的机会。当学生的个性化思维得到尊重和肯定时,他们的学习自信心和探索欲望会得到极大增强,从而更愿意主动地去思考和理解数学。

(二) 引导比较优化,提升运算效率

鼓励算法多样化并非意味着对所有算法不加区分、同等对待。在学生充分展示了各种解法之后,教师的关键任务是引导他们进行比较和反思,从而发现不同算法的特点,并在此基础上进行优化。这是一个帮助学生提炼数学思想、提

升运算效率的关键环节。教师可以组织学生进行小组讨论,让他们围绕“哪种方法更简便?”“这种方法的优点是什么?”“它适用于所有情况吗?”等问题展开交流。

1. 引导学生对比过程:在比较各种算法时,教师可以引导学生关注计算的步骤多少、口算的难度以及思维的清晰度。通过对比,学生会逐渐意识到,某些方法虽然可行,但步骤繁琐、容易出错;而另一些方法则更加简洁、高效。

2. 提炼算法的本质:在优化的过程中,教师要帮助学生理解简便算法背后的数学原理,如凑整思想、分解与组合思想等。例如,在比较 $185-97$ 的多种算法时,学生可能会发现,将 97 看作 $100-3$ 来计算 ($185-100+3$),比常规的退位减法要简便得多。通过这样的引导,学生不仅学会了一种技巧,更重要的是理解了“多减要加”的算理,实现了对运算的深层理解。

这个过程不是由教师强行灌输最优算法,而是学生在自主比较和集体研讨中自然生成的。最终,学生可以根据具体问题的情境和自身对数的理解,选择最适合自己的、最高效的算法,这正是数感灵活性的体现。

(三) 鼓励自我反思,深化数的理解

反思是学习的升华,是深化理解、促进知识内化的重要环节。在经历了算法多样化和优化的过程后,引导学生对自己的学习过程和思维活动进行反思,能够帮助他们巩固所学,并形成更为抽象和概括的数学认识。这种元认知层面的活动,对于培养学生独立思考的能力和持续发展的数学素养至关重要。

教师可以设计一些反思性问题来引导学生,例如:“在解决这个问题时,我最初的想法是什么?”“我遇到了哪些困难?是如何解决的?”“通过比较不同的方法,我学到了什么新的数学思想?”“今天学到的方法,还能用在哪些其他问题上?”这些问题促使学生回顾和审视自己的解题路径,分析成功与失败的原因,从而在更高的层次上把握知识的联系与区别。

可以让学生通过撰写数学日记、建立错题集并分析原因、或者在小组内分享学习心得等方式来进行反思。当学生开始主动思考“为什么这样做”以及“怎样能做得更好”时,他们的学习就从简单的模仿和记忆,转向了深度的理解和建构。在这个不断自我审视和调整的过程中,学生对数的本质、运算的规律以及数学思想方法的理解会愈发深刻,其数感也将在这种螺旋上升的认知活动中得到持续的锤炼与升华。

第三节 数感培养的课堂活动设计

数感是学生对数字与运算的直观把握、灵活运用与抽象理解，是数学核心素养中不可或缺的一环。为了将数感的培养真正落实在课堂教学中，教师需要设计一系列丰富、有趣且富有挑战性的活动，引导学生在“做数学”的过程中，亲身体验、主动建构，从而深化对数的本质理解。

为使读者对后续内容有清晰的脉络感知，各项数感培养活动的核心目标和适用学段已在数感培养课堂活动设计概览表中列出，见下表：

数感培养课堂活动设计概览表

活动主题	目标概念	关键技能 / 素养	适用学段
生活寻宝	万以内的数、大数感知	读数、大小比较、情境对应	低 / 中年级
单位换算	小数的意义	单位换算、小数位值理解	中年级
温度与电梯	负数的引入	符号意义、性质相反的量	中 / 高年级
扑克牌游戏	20 以内加减法	口算熟练度、反应速度	低年级
估算接力赛	多位数乘法	估算策略、思维灵活性	中 / 高年级
动手分物	异分母分数加减法	通分原理、分数单位理解	中 / 高年级
超市购物	综合实践应用	货币计算、预算规划、决策力	中 / 高年级
数据统计	数据分析与应用	大数认读、减法运算、图表制作	中 / 高年级

一、数的认识活动设计

数的认识是数感培养的起点，教学活动不应仅仅局限于课本上的数字和定义，而应创设与学生生活紧密相连的情境，让学生在观察、寻找、触摸和感受中，建立起对数及其意义的直观感知。

（一）“万以内的数”生活寻宝活动

对于中低年级的学生而言，“万”是一个相对抽象和庞大的数量概念。为了帮助他们具体感知大数，教师可以组织一场“生活寻宝”活动。活动要求学生以小组为单位，在校园、家庭或社区中寻找并记录下超过一千的数。这些数可能出现在图书馆的藏书量标牌上、社区宣传栏的人口统计数据中、大型超市的商品条码上，或者是父亲汽车的行驶里程表读数。

学生们通过拍照、抄录等方式收集这些“大数”，并在课堂上进行分享和展示。教师引导他们朗读这些数，比较它们的大小，并讨论这些数在具体情境中的

含义。比如,比较学校图书馆的藏书量和社区阅览室的藏书量,学生不仅练习了数的大小比较,更直观地理解了“多得多”或“少一些”的数量关系。这个过程将抽象的数字与现实世界对应起来,让学生真切地明白数学源于生活,并感受到大数在日常中的普遍存在和实际应用价值。

(二) “小数的意义”单位换算活动

小数,特别是小数的意义,是小学数学教学的一个难点。为了突破这一难点,设计一个基于单位换算的游戏活动至关重要。这个活动可以模拟一个“小小度量衡”的场景,让学生在实操中理解小数的本质。教师可以准备米尺、电子秤、量杯以及不同价格的商品标签等常见测量工具和物品。

活动可以分为几个环节:

1. 长度与身高: 学生两人一组,互相测量身高。例如,测得身高为1米45厘米,教师引导学生思考如何用“米”作单位来记录。通过“1米是100厘米,1厘米是百分之一米”的换算,学生自然地导出1米45厘米等于1.45米,从而深入理解小数点后面第一位表示“分米”(十分之一),第二位表示“厘米”(百分之一)的位值意义。

2. 价格与购物: 利用商品价格标签,如“5元8角”,让学生探讨如何用“元”作单位表示。学生在换算过程中体会到,元、角、分之间的十进关系,正对应着小数点后数位的意义。5元8角就是5.8元。

3. 重量与物品: 用电子秤称量一些水果或文具的重量,如一个苹果重250克,引导学生思考它等于多少千克。通过1千克=1000克的关系,学生理解到250克就是0.250千克,即0.25千克。

通过这一系列亲手操作的单位换算活动,学生将抽象的小数概念与具体可感的长度、价格、重量等物理量联系起来,使小数的意义不再是抽象干涩的定义,而是看得见、摸得着的鲜活知识。

(三) “负数”情境引入与理解活动

负数的引入,是学生数感体系的一次重大拓展。为了避免学生对“比0还小”的数产生困惑,情境的引入显得尤为关键。教师可以利用学生已有的生活经验,设计一个“温度与电梯”的主题活动,让负数在具体场景中自然而然地出现。

活动开始时,教师可以播放一段天气预报,其中包含了零上温度和零下温度。在黑板上画一个巨大的温度计,以 0°C 为分界点,引导学生在温度计上标出“零



上 5°C ”和“零下 5°C ”的位置。通过对比,学生直观地看到“零下”就是比 0 更冷的温度,并理解了“+”和“-”在这里是表示性质相反的量。接着,创设电梯升降的情境。将教学楼的楼层分布图搬到课堂上,把地面一层设为 0 层,地下的停车场或储藏室则依次设为 -1 层、-2 层。通过模拟“从 3 楼下降到 -1 楼,一共下降了几层”这样的问题,让学生在移动楼层模型或画线路图的过程中,感受负数在表示位置和方向上的作用。这种将数学知识融入生活场景的方式,让学生在解决实际问题的过程中,轻松地接受负数,并深刻理解了其表示相反意义的量的本质特性。

二、数的运算活动设计

数的运算是数学学习的核心内容,单纯的技能训练容易让学生感到枯燥和畏惧。富有创意的活动设计能将运算练习转化为充满乐趣的挑战,帮助学生在游戏中提升运算技能,在合作中发展估算策略。

(一) “20 以内加减法”扑克牌游戏

对于低年级学生而言,熟练掌握 20 以内的加减法是后续学习的基础。扑克牌游戏是一种极佳的寓教于乐的方式。教师可以准备若干副扑克牌,去掉 J、Q、K 和大小王,只保留 A (计为 1) 到 10 的牌。游戏可以这样进行:两人一组,将牌洗匀背朝上放在中间,每次各摸一张。根据教师的指令进行“加法”或“减法”运算。例如,在“加法”游戏中,谁先准确说出两张牌点数之和,谁就赢得这两张牌。在“减法”游戏中,则是用较大的点数减去较小的点数,快而准者获胜。游戏结束时,拥有牌最多的学生为赢家。这个游戏节奏快、随机性强,能有效激发学生的竞争意识和参与热情,使其在不知不觉中进行了大量的口算练习,从而极大地提高了运算的熟练度和准确性。

(二) “多位数乘除法”估算接力赛

多位数的精确计算固然重要,但在日常的许多实际生活中,快速而准确的估算能力往往更为实用。估算接力赛就是一项旨在培养学生估算意识和能力的团队活动。教师将全班分成若干小组,每组排成一行。教师在屏幕上出示一道多位数乘法或除法题,例如在屏幕上出示“ 498×29 ”或“ $3580 \div 12$ ”这样的题目。

比赛开始,每组的第一个学生迅速写下一个估算结果和估算方法,比如将“ 498×29 ”看作“ $500 \times 30 = 15000$ ”,然后将题目和答案传给下一位同学。第二位

同学可以对前一位同学的估算方法进行评价,或者提出一种不同的估算策略,如将“29”看作“30-1”,用 $498 \times 30 - 498 \times 1$ 来估算,并写下自己的估算结果。

接力棒依次传递,后面的同学可以不断优化估算策略,使其结果更接近精确值。由每组的最后一名同学汇报本组的多种估算策略和最终采纳的估算结果。教师根据各组估算策略的合理性、多样性和结果的精确度进行综合评分。这个活动不仅锻炼了学生的估算能力,更重要的是让他们理解到估算是灵活多样的,更是培养了他们思维的灵活性和深度批判性。

(三) “分数加减法”动手分物活动

分数加减法,特别是异分母分数的加减法,其核心在于理解通分的必要性。一个动手分物的活动能让学生直观地理解这一抽象的算理。教师可以为每个小组准备一些材料,如圆形纸片(代表披萨)、长方形纸条(代表巧克力)或同样大小的彩泥块。

活动以一个问题开始:“小明吃了半个披萨,小红吃了四分之一一个披萨,他们一共吃了多少?”学生们会拿起代表“一个整体”的圆形纸片,先通过对折得到“ $\frac{1}{2}$ ”,再拿出另一张纸片对折两次得到“ $\frac{1}{4}$ ”。当他们试图将这两块合并时,会发现由于每一份的大小(分数单位)不同,无法直接相加。此时,教师引导他们思考:“怎样才能让这两块的‘份’变得一样大?”学生通过进一步的动手操作,会发现可以将“ $\frac{1}{2}$ ”的那张纸片再对折一次,它就变成了“ $\frac{2}{4}$ ”。这样,问题就转化为了“ $\frac{2}{4} + \frac{1}{4}$ ”,都是大小为“ $\frac{1}{4}$ ”的份数相加,答案“ $\frac{3}{4}$ ”就显而易见了。这个从“单位不同”到“创造相同单位”再到“合并”的完整过程,让学生亲身经历了通分的思想精髓,学生对算理的理解便自然而然地水到渠成了。

三、数的应用活动设计

数学的价值最终体现在解决实际问题上。应用类活动旨在打破课堂与生活的壁垒,引导学生将所学的数的知识与运算技能,综合运用于真实或模拟的情境中,体验数学的工具性和实用价值。

(一) “超市购物”综合实践活动

“超市购物”是一项经典的综合实践活动,它能够全面考察学生对数的认识、运算,以及初步的理财规划能力。活动可以在真实的超市进行,也可以在教室里搭建模拟超市。在活动开始前,教师给每个小组设定一个购物任务和固定的预算,



例如“用100元为班级联欢会购买零食和饮料”。

学生需要根据任务清单和预算，在“超市”里选择商品。这个过程中，他们首先要认识商品的价格标签，这涉及到对整数和小数的识别。接着，在挑选商品时，他们需要不断地进行加法运算，计算已选商品的总价，并与预算进行比较。当遇到购买多件相同商品的情况时，他们会运用到乘法。

在付款环节，学生需要计算总价，并与预算进行比较，判断是否超支。如果用现金支付，还涉及到减法运算来计算应找回的零钱。活动结束后，每个小组需要整理自己的购物小票，核对账目，并可以进一步讨论如何优化购物方案，例如比较不同品牌同类商品的单价，从而达到“物美价廉”的最佳效果。这项活动将数学知识的学习与决策、合作、财商教育融为一体，无疑极大地提升了学生解决实际问题的综合能力。

（二）“家庭用水用电”数据统计活动

这项活动将数学学习与家庭生活、环保教育紧密结合，引导学生关注生活中的各项数据，并运用数学方法进行量化分析。

1. 数据收集：教师布置一项为期一周的家庭作业，要求学生每天在固定的时间记录下家里水表和电表的读数。这个过程本身就是对大数认读能力的有效训练。

2. 计算与分析：一周后，学生将记录的数据带回课堂。在教师的指导下，他们通过“本期读数 - 上期读数”的方法，计算出每天的用水量和用电量。这是对多位数减法运算的实际应用。随后，可以计算出一周的总用量以及日平均用量，这又涉及到了加法和除法。

3. 制作图表：为了更直观地展示数据，学生可以学习制作简单的统计图，如条形统计图，来表示一周内每天用水用电量的变化情况。通过观察图表，学生可以分析哪天用量最多，哪天最少，并结合家庭活动（如周末大扫除、家人洗澡时间等）探讨原因。

这个活动不仅让学生在真实情境中练习了多种数学运算和数据处理的基本方法，更重要的是，通过对自己家庭资源消耗的量化分析，能够潜移默化地培养其节约意识和环保责任感，使数学学习承载了更深层次的育人价值。

（三）“校园面积测量”项目式学习活动

对于高年级的学生，“校园面积测量”是一项极具挑战性和综合性的项目式

学习活动。它要求学生综合运用图形知识、测量技能、估算与计算能力来解决一个真实的大型问题。教师可以将学生分成若干项目小组，分配不同的测量任务，如测量操场的面积、篮球场的面积或学校绿化带的面积。

项目开始时，各小组需要进行讨论，制定测量方案。对于像操场这样的不规则图形，他们需要思考如何将其“化整为零”，分解成若干个长方形、正方形或梯形的组合。这个过程不仅极大地考验了他们的空间想象能力，更锻炼了其解决问题的策略规划能力。在实地测量阶段，学生需要选择合适的测量工具（如皮尺、卷尺），分工合作，精确记录所需的边长数据。数据收集完毕后，小组需要根据相应的面积公式进行计算，并将各部分面积相加，得出最终的总面积。这个环节是对多位数乘法和加法运算的综合运用。每个小组都需要撰写一份详尽的项目报告，展示他们的测量方法、收集数据、计算过程和最终结果，并在全班进行成果汇报。这个项目不仅锻炼了学生的综合数学应用能力，更培养了他们的团队协作精神、严谨的科学探究态度和高效的项目执行能力。

第四节 数感培养的评价方法

对小学生数学核心素养中的数感进行评价，是一项系统且复杂的任务，它要求我们必须超越传统的分数和标准答案。科学的评价不仅能精准衡量学生数感的培养程度，更能为后续的教学改进提供明确的方向，确保数感培养这一核心目标真正落地，促进学生数学素养的全面发展。

一、过程性评价：关注数感的形成过程

过程性评价的核心在于追踪与记录学生数感发展的动态轨迹，而非仅仅关注最终的学习结果。它强调在日常教学中持续观察、收集信息，通过多种方式理解学生是如何逐步建立起对数的直观感知、深刻理解和灵活运用能力的，从而提供及时的、具有针对性的教学支持。

（一）课堂观察与记录

课堂观察与记录是捕捉学生数感形成过程最为直接有效的方法。教师作为教学活动的组织者和引导者，能够在真实的课堂互动中，敏锐地洞察学生在面对数与运算时所展现出的思维特征和行为习惯。这种评价方式并非简单地判断对错，



而是对学生在解决问题过程中的思考路径、策略选择和情感反应进行细致的描绘与分析。例如,在学习大数估算时,教师可以观察学生是依赖精确计算还是能够运用参照物、取整等策略进行合理推断;在进行运算时,是机械地套用竖式法则,还是会灵活地运用凑整、分解等方法进行心算或巧算。这些细节能够真切反映学生对数字关系的理解深度和思维的灵活程度。

为了使观察更为系统有效,教师可以设计专门的观察量表或记录清单,明确需要关注的数感表现维度,例如“对数的大小的感知”“对运算结果的预测”“对计算方法的优化选择”等。通过长期的、有目的的观察与记录,教师可以积累大量鲜活的一手资料,形成对每个学生数感发展水平的个性化认知。这些记录不仅是评价的依据,更是教师调整教学节奏、设计个别化辅导方案的重要参考,能够帮助教师精准定位学生在数感形成过程中的困惑与障碍,并给予及时的引导,从而实现评价促进学习的根本目的。

(二) 学习档案袋评价

学习档案袋评价是一种极具发展性的过程性评价方法,它通过系统性地收集学生在一段时间内的学习作品,全面、立体地展现其数感发展的历程与成果。档案袋的内容丰富多样,远不止是几次高分的测验卷。它可以包含学生探究数学问题的草稿、解决开放性问题的多种方案、记录自己对某个数学概念理解的数学日记、小组合作项目的过程记录,甚至是那些曾经犯过错误的作业以及后续的订正与反思。这些材料共同汇聚成一个生动的“成长故事集”,讲述了学生在数感培养道路上的每一步成长。

与单一的分数相比,学习档案袋更能揭示学生思维的深度与广度。一份记录了多种解题思路的作业,体现了学生思维的灵活性和创造性;一篇反思自己估算策略的数学日记,则展现了学生元认知能力的发展。教师在指导学生建立档案袋时,应鼓励学生自主选择能代表自己进步的作品,并附上选择的理由和自我评价。这一过程本身就是对学习的反思与深化,有助于培养学生的自我监控能力。

在评价档案袋时,教师应与学生共同进行,通过回顾与讨论,帮助学生看到自己的进步,发现自己的优势与不足。这种评价方式将评价的主动权部分交回到学生手中,激发了他们的主体意识。它不再是教师单向的评判,而是一场促进成长的对话,使得评价从“对学习的评价”转变为“为了学习的评价”,真正服务于学生的个性化发展,让数感的培养过程变得可见、可感、可促。

（三）师生访谈与交流

师生访谈与交流是深入探究学生内心数学世界，理解其数感内隐思维的有效途径。许多时候，学生的书面作业和课堂表现只能展示其思维的结果，而访谈则能够揭示他们是如何达到这个结果的。通过面对面的、轻松平等的对话，教师可以了解到学生对数字的独特感受、对运算意义的真实理解以及在解决问题时头脑中具体的思考活动，这些都是纸笔测试难以触及的深层次信息。

访谈问题的设计至关重要。教师应避免提出那些只有唯一正确答案的封闭性问题，而应多采用启发性、开放性的问题。例如，在学习了小数后，可以问学生：“你觉得 0.5 和 0.50 有什么相同和不同的地方？你能举个例子说说吗？”这样的问题能够激发学生调动自己的生活经验和已有知识进行解释，从而暴露其对小数意义和性质的理解程度。当学生给出一个错误的答案时，教师不应立刻打断或纠正，而是可以追问：“能和老师说你是怎么想的吗？”这种探寻式的交流，不仅能够帮助教师诊断出学生思维的误区所在，还能保护学生的自尊心和探索欲，营造出安全的交流氛围。通过细致的倾听、记录和分析，教师可以获得关于学生数感水平的宝贵质性资料，使评价更具诊断性和针对性。

二、表现性评价：考察数感的外显行为

表现性评价强调在真实或模拟的情境中，通过设置复杂的、综合性的任务，来观察和评判学生运用数感解决实际问题的能力。它关注的不是学生能记住什么，而是他们能做什么，旨在将学生内隐的数感通过具体行动和作品外化出来，从而进行更为全面和深入的考察。

（一）设计开放性任务

设计开放性任务是进行表现性评价的关键环节，它为学生展示其数感的丰富性和灵活性提供了广阔的舞台。开放性任务通常具有答案不唯一、解题策略多样化的特点，能够有效突破传统封闭式习题的束缚，鼓励学生进行深度思考和创造性探索。这类任务的设计可以从多个维度展开，以激发学生不同层面的数感表现。

开放性任务不仅能够检验学生对基础知识的掌握，更能凸显其思维的灵活性、深刻性与独创性。例如，在学生学习完乘法后，教师可以设计这样的任务：“请你编一道乘法算式，让它的结果尽可能地接近 500，但又不能等于 500。”这个任务没有标准答案，学生需要运用估算能力和对乘法运算的理解，不断调整乘数，



进行尝试与验证。在这个过程中，有的学生可能会选择接近 20 和 25 的数组合，有的则可能从 50×10 出发进行微调。他们所选择的策略、尝试的次数以及最终结果的精确度，都直观地反映了其数感水平的差异。

教师在评价这类任务时，重点不应放在结果的“最优性”上，而应关注学生解决问题的全过程。

1. 策略的多样性：学生是否能够想出多种不同的方法来解决这个问题？这体现了他们思维的广度。

2. 思维的合理性：学生的解题思路是否符合逻辑，其估算和推断是否有据可依？这反映了他们思维的严谨性。

3. 过程的优化性：学生在多次尝试后，是否能够总结经验，找到更有效率的策略？这展现了他们的反思与学习能力。通过对这些外显行为的分析，教师能够对学生的数感做出更为精准和立体的评价。

（二）组织项目式学习成果展示

项目式学习通过将数学知识与真实世界的问题相结合，为评价学生的数感提供了综合性的平台。在项目式学习中，学生通常需要以小组为单位，围绕一个具有挑战性的主题展开持续性的探究。例如，“为班级秋游设计一个经济合理的预算方案”就是一个典型的数学项目。在这个项目中，学生需要收集交通、门票、餐饮等信息，并运用估算、加减乘除运算、数据比较等多种数学知识和技能来制定方案。整个过程充满了真实的需求和复杂的情境，是对学生综合运用数感能力的全面检验。

项目最终的成果展示环节，是表现性评价的重要载体。成果可以是一份详细的预算报告、一个清晰的演示文稿，或是一场生动的模拟发布会。在展示过程中，学生需要清晰地阐述自己小组的方案是如何制定的，每一个数据的来源和计算依据是什么，以及他们是如何在多种选择中做出决策的。教师和同学可以作为听众进行提问，比如：“你们是如何估算午餐费用的？”“为什么选择了这种交通方式而不是另一种？”学生的回答能够直观地暴露他们对数字的敏感度、对运算意义的理解以及对结果合理性的判断能力。评价的重点在于学生能否用数学的语言清晰地解释和辩护自己的决策过程，这比任何单一的计算题都更能体现他们真实的数学素养。

（三）开展数学实践活动

数学实践活动是让数感“活”起来的有效途径，它将评价的场域从教室延伸到更广阔的生活空间，让学生在亲身体验和动手操作中展现其数学能力。这些活动通常以游戏、竞赛、模拟生活场景等形式出现，具有高度的情境性和趣味性，能够极大地激发学生的参与热情，使评价在不知不觉中完成。例如，学校可以组织一场“校园数学嘉年华”，设置“一步有多远”的估测比赛、“超市购物”的模拟结算、“时间大师”的无表计时等关卡。

在“超市购物”活动中，学生需要在模拟的超市里，根据一份购物清单和有限的预算进行采购。他们需要快速估算商品总价，判断预算是否足够，并在收银台进行精确计算。在这个过程中，学生需要频繁地进行估算、心算和比较，他们选择商品时的犹豫、计算价格时的策略、面对超支时的调整方案，都是其数感水平的最真实写照。教师作为活动的观察者和组织者，可以记录下学生的典型行为，并依据事先设定的评价标准进行评估。

这类实践活动打破了数学与生活的壁垒，让学生真切地感受到数学的实用价值。它所评价的，不仅仅是学生会不会算，更是他们会不会用、用得好不好。通过在真实或高度模拟的情境中解决问题，学生外显出来的行为表现，为评价其数感提供了丰富而生动的证据，使得评价结果更加可信、全面。

数感培养的三种主要评价方法各有侧重，共同构成了全面衡量学生数学核心素养的评价体系。它们的具体对比和功能差异，可见下表所列。

数感培养评价方法对比表

评价类型	核心关注点	实施时机	典型方法	主要功能
过程性评价	数感形成与发展轨迹	教学过程中持续进行	课堂观察、学习档案袋、师生访谈	诊断、改进、支持学习
表现性评价	运用数感解决实际问题的能力	真实或模拟情境中	开放性任务、项目式学习、实践活动	考察综合素养、外显行为
终结性评价	核心素养的达成水平	教学阶段结束时	素养导向测试、等级制报告、综合评估	总结、证明、宏观调控

三、终结性评价：检测数感的达成水平

终结性评价的主要目的在于在一个教学阶段（如一个学期或一个学年）结束时，对学生数感核心素养的达成水平进行系统性的检测与评估。它旨在提供一个



相对概括和总结性的评判,既能作为学生该阶段学习成果的证明,也能为教育决策者宏观调控教学提供依据。

(一) 编制素养导向的测试题

传统的数学测试往往偏重于对计算技能和公式记忆的考察,难以全面反映学生的数感水平。因此,编制素养导向的测试题,是进行有效的终结性评价的首要任务。这类试题的设计应突破机械运算的局限,更加注重在真实情境中考察学生对数的理解、运用和判断能力。试题应更多地涉及估算、数形结合、数据分析、合理性判断等方面的内容,以此来检测学生数感的综合表现。

例如,可以设计这样的题目:“一个标准足球场的面积大约是 7000 平方米,请你判断,我们学校的操场面积比一个足球场大还是小?请写出你的判断理由。”这类题目没有让学生进行复杂的计算,而是考察他们能否运用已有的量感和参照物进行合理的推断。另一类有效的题型是“错误辨析题”,例如呈现一个明显不合常理的计算结果(如“小明身高 150 米”),让学生判断并说明理由。这能有效地检测学生对数量、单位的敏感度和对结果合理性的监控能力。通过精心设计一系列覆盖数感多个维度的试题,终结性测试才能真正从“知识的检验”转向“素养的评估”。

(二) 运用等级制评价报告

传统的百分制分数在呈现终结性评价结果时,往往显得过于笼统和缺乏温度,它只能告诉学生“考了多少分”,却无法清晰地揭示其在数感发展的不同维度上的具体表现。等级制评价报告则能很好地弥补这一缺陷。它将数感这一综合素养分解为若干个关键指标,如“数的意义理解”“数的表达与交流”“估算与数量感知”“运算策略选择”等,然后根据学生在测试和其它评价活动中的表现,对每个指标给出描述性的等级评定,如“优秀”“良好”“合格”“待提高”等。

一份优秀的等级制报告,除了给出等级,还应附有具体的表现描述和发展建议。例如,在“估算与数量感知”维度上获得“良好”等级的学生,其报告中可能会写道:“该生在大多数情境下能够运用取整、凑整等策略进行合理的估算,但在面对非常规数据或复杂情境时,策略的灵活性和准确性有待提升。建议在生活中多进行‘猜一猜’‘估一估’的练习,如估算一本书的页数、一段路的长度等。”

这样的评价报告，对学生、家长和教师都更具指导意义。学生可以清晰地看到自己的优势和短板，明确努力的方向；家长能够更全面地了解孩子的数学学习状况，进行有针对性的家庭辅导；教师则可以依据报告反映出的共性问题，在下一阶段的教学中进行重点改进。这种方式使得终结性评价不再是一个学习的终点，而成为一个新的、更具诊断性的起点。

第三章 符号意识的教学研究

符号意识作为数学核心素养的重要组成部分，其培育是小学数学教育的关键环节。本章将深入探讨符号意识的形成机制，从数学符号的内涵、心理认知过程以及小学生的发展规律三个维度展开，旨在为一线教学研究提供扎实的理论支持与实践指引。

第一节 符号意识的形成机制

符号意识的形成是一个复杂的认知过程，它并非一蹴而就，而是建立在对数学符号深刻理解和灵活运用的基础之上。探究其形成机制，需要我们首先明确数学符号的本质，进而分析学习者在心理上如何认知、加工并最终内化这些符号，最终揭示小学生群体符号意识发展的普遍规律。

一、数学符号的内涵与分类

数学符号是数学学科的基石，是承载数学思想、进行数学交流的独特语言。理解其概念、类型与功能，是培养学生符号意识的逻辑起点，有助于教师在教学中准确把握符号教学的本质与核心。

（一）数学符号的概念界定

数学符号是一种用于表达数学概念、对象与思想的书写系统，其本质是一种高度抽象、形体浓缩的科学语言。它不仅应用于纯粹的数学领域，更广泛渗透于物理学、工程学乃至经济学等多个学科。这些符号或符号表达式被用来精确地传达语义，有效避免了自然语言可能带来的模糊与歧义。数学的发展史在很大程度上也是一部符号的演进史，从最初用于计数的简单标记，到现代数学中用于表达复杂抽象概念的符号系统，无不体现了人类思维的跃迁与进步。

数学符号的价值在于其对数学概念的系统性依附。每一个符号都在特定的理论框架下具有明确的意义，尽管同一个符号在不同理论中可能被赋予不同的含

义。例如，“+”在初等算术中代表加法，但在集合论中则可能被定义为并集运算或其他结构。正是这种精确性与系统性，使得数学符号成为进行严密逻辑推理和复杂运算的坚实基础。通过符号的组合与变换，复杂的数学思想得以简化，思维过程得以优化，极大地提高了研究与交流的效率。

（二）数学符号的主要类型

数学符号体系庞大而有序，根据其功能和表达的对象，可以进行系统的分类，这有助于我们理解其结构并有效地进行教学。数学符号的主要分类及其示例，可见下表所列。

1. 根据其作用，常见的数学符号可分为几大类。数量符号，如阿拉伯数字、圆周率 π 、自然对数底 e 以及代表变量的字母 x 、 y 等，是表示数和量的基础。运算符号，如“+”“-”“ $\times$ ”“ $\div$ ”以及更高等的积分“ $\int$ ”、求和“ Σ ”等，用于表示数学操作的过程。关系符号，如“=”“>”“<”“ $\neq$ ”“ $\approx$ ”等，用于描述不同数学实体之间的关系。还有几何符号（如“ $\perp$ ”“//”“ $\angle$ ”）、集合符号（如“ $\in$ ”“ $\cup$ ”“ $\cap$ ”）以及具有特定意义的结合符号（如括号）与简写符号等。

2. 从历史和应用领域的角度看，符号的来源也呈现多样性。许多符号的发明都与特定数学家的贡献紧密相关，例如微分算子源于莱布尼兹，全等符号“ $\equiv$ ”则由高斯引入。一些符号来源于语言的缩写，如整数集符号“ $\mathbb{Z}$ ”来自德语的“Zahlen”，有理数集“ $\mathbb{Q}$ ”则来自“quotient”的概念。这种追溯符号来源的分类方式，不仅揭示了其历史渊源，也深刻反映了数学知识的演进脉络。

数学符号主要类型及其示例表

类型	符号示例	表达对象 / 功能	适用领域
数量符号	$1, 2, 3, \pi, x$	具体或抽象的量、变量	算术、代数
运算符号	$+, -, \times, \div, \int, \Sigma$	数学操作过程或变换	算术、代数、微积分
关系符号	$=, >, <, \neq, \approx$	描述实体间的相等或不等关系	方程、比较、集合
几何符号	$\perp, \parallel, \angle, \triangle$	表示图形元素及其位置关系	几何学
结合符号	$[], \{\}$	规定运算的优先级和范围	算术、代数

（三）数学符号的基本功能

数学符号作为数学这门国际通用语言的核心，其功能是多维度的，深刻地影响着数学思维的形成和数学知识的传播。它的基本功能主要体现在表达、交流、简化思维和促进发展等方面。

数学符号的首要功能是精确、无歧义地表达数学概念与关系。自然语言在描述复杂的数量关系或逻辑结构时常常显得冗长且容易产生误解，而数学符号以其高度的抽象性和规范性，能够清晰地界定对象、阐述公理和定理。例如，一个简单的函数表达式 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ，就精确地概括了一类抛物线的所有性质。符号是进行数学运算和逻辑推理的工具。符号化使得数学运算可以脱离具体对象的束缚，转化为一种形式化的“自动”演算过程，极大地简化了思维负担，使人们能够专注于更高层次的策略性思考。同时，这套统一的符号系统跨越了地域和语言的障碍，成为全球数学工作者高效交流的共同基础，有力地推动了数学知识的传播和整个科学体系的发展。

二、符号意识的心理认知过程

符号意识的建立是一个由外到内、由浅入深的心理建构过程。它涉及个体从最初感知到符号形态，到理解其内在含义，再到最终能够灵活运用甚至创造符号的完整认知链条。

（一）符号的感知与识别

符号的感知与识别是符号意识形成的初始阶段，也是后续一切认知活动的基础。这一过程指的是学习者通过视觉等感官系统，注意到数学符号的存在，并在大脑中形成对该符号物理形态的初步映象。小学生在初次接触数学符号时，往往将其视为无意义的图形或标记。例如，对于初学者，“>”和“<”可能仅仅是两个开口方向不同的简单图形。

有效的感知与识别，要求学习者能够将特定的符号从复杂的背景中分离出来，并注意到其关键的形态特征。教学活动在此阶段应注重通过直观、鲜明的方式呈现符号，例如使用不同颜色、大小或通过动态演示来吸引学生的注意力，帮助他们建立清晰的符号表象。这个阶段的重点在于“认得”，即能够在不同情境中准确地辨认出特定的数学符号，为下一步的意义理解做好准备。这是一个将外部物理刺激转化为内部心理经验的关键过程。

（二）符号的理解与转换

符号的理解与转换是符号意识形成的核心环节，它标志着学习者从对符号的表面识别进入到对其内在数学意义的建构。理解符号意味着将抽象的符号与具体的数学概念、数量关系或运算规则建立起稳定、正确的联系。例如，学生需要



理解“+”不仅是一个图形，更代表着“合并”或“增加”的含义。这个过程往往需要借助具体的情境和实例来完成。

符号的转换则体现了更高层次的理解，它涉及在不同符号系统或表征方式之间进行灵活切换的能力。这包括多种形式：其一，数学符号与自然语言之间的转换，如能将应用题的文字描述“翻译”成数学算式，也能用语言解释算式的实际意义。其二，不同数学符号之间的转换，如将 $\$5 > 3\$$ 理解为 $\$3 < 5\$$ 。其三，图形语言与符号语言的转换，例如，通过观察图形找到规律，并用代数式来表示。这种转换能力是数学思维灵活性的重要体现，也是学生能否运用数学工具解决问题的关键。

（三）符号的运用与创造

符号的运用与创造是符号意识发展的高级阶段，是衡量学生是否真正掌握符号并具备数学创新能力的标志。符号的运用指的是学生能够在分析和解决问题时，主动、自觉地选择和使用恰当的数学符号来表达思维过程、梳理数量关系，从而使复杂问题变得简洁、清晰。例如，在解决一个复杂的行程问题时，学生能主动设未知数 x ，并用方程来构建数学模型，这就是符号运用能力的体现。通过运用符号，学生的思维得以从具体的细节中解放出来，转向对问题结构和一般性规律的探索。

符号的创造则是一种更高级的认知活动，它要求学生在深刻理解符号本质的基础上，根据特定情境的需求，对已有符号进行变式使用，甚至“发明”新的符号来表达自己的数学发现和思想。例如，在统计活动中，学生可能会自发地用画“正”字或自己喜欢的图形来代表数量，这便是初级的符号创造行为。教学中鼓励学生进行这种个性化的符号表达和再创造，不仅能激发他们的学习兴趣，更是培养其数学创造力的重要途径。

三、小学生符号意识发展的规律

小学生的思维正处在从具体形象思维向抽象逻辑思维过渡的关键时期。这一认知特点决定了他们符号意识的发展呈现出鲜明的阶段性规律。深入理解这些规律，对于设计符合学生认知发展水平的教学活动至关重要。

（一）从具体形象到抽象概括

小学生符号意识的发展，其首要规律是从对具体事物的感知过渡到对抽象符

号的理解和概括。在认知初期,儿童的思维高度依赖于直观的、可触摸的、看得见的事物。他们很难直接理解一个脱离了具体实物的抽象符号。因此,数学符号的引入必须经历一个“符号化”的过程,即借助学生熟悉的生活情境或具体操作,让他们感受引入符号的必要性和优越性。

例如,在认识数字“3”时,教学通常会从3个苹果、3支铅笔等具体事物开始,通过数数活动,让学生感知到这些不同事物背后共同的“数量”属性,然后才抽象出数字“3”这个符号。同样,在教学加法交换律 $a+b=b+a$ 时,不能直接给出字母公式,而是要通过大量的具体算例,如 $2+4=4+2$,让学生在观察和比较中发现规律,最终用水果、图形等半具体半抽象的符号进行过渡,最后才提升到用字母表示的一般性规律。这个过程本质上是一个不断“去情境化”、“去个性化”的抽象概括过程,是学生思维实现第一次重要飞跃的体现。

(二) 从被动接受到主动建构

小学生符号意识发展的第二个显著规律,是从对教师呈现符号的被动记忆,转向通过自身探索和思考主动建构符号意义的过程。在教学初期,学生往往将数学符号及其规则视为必须强制记忆的外部知识,学习过程是被动的。他们可能会记住“+”是加号,但对其内涵的理解是浅表的。

随着认知能力的发展和教学方法的改进,学生开始转变为知识的主动建构者。

1. 建构主义理论认为,有效的学习发生在学生与有意义情境的互动之中。教师通过创设丰富的问题情境,引导学生在解决实际问题的过程中,亲身经历“为何要使用符号”以及“如何使用符号”的探索过程。例如,让学生自己设计方法统计班级最受欢迎的动物时,他们会自发地使用画图、画圈等个性化符号,在这一过程中体会到符号的价值。

2. 这种主动建构还体现在对符号意义的再创造上。当学生对某一符号或规律有了自己的理解后,他们会尝试用自己的语言或图画来解释,甚至对符号的适用范围提出疑问和挑战,如在学习乘法分配律后,探讨其是否适用于三个数或减法。这一从被动“接收”到主动“探究”的转变,是学生符号意识真正内化和发展的核心标志。

(三) 从单一理解到综合运用

小学生符号意识发展的第三个规律,是从对符号的单一、孤立的理解,逐步发展到能够在复杂情境中综合、灵活地运用多种符号进行表达和思考。在学习



的初始阶段,学生对符号的理解往往是片面的、僵化的。例如,他们可能只知道“ x ”在方程中代表未知数,却不理解它也可以作为变量出现在函数关系式中。他们对于一个公式的理解,也常常停留在其表面的运算结构上。

随着学习的深入,这些孤立的符号知识点开始在学生的头脑中连接成网络。他们开始理解同一个符号在不同数学情境下的多重含义,并能在不同表征系统(如文字、符号、图形)之间进行流畅转换。例如,面对一个应用题,学生不仅能用算术方法解决,还能尝试用代数思想,设未知数列方程来解决,这体现了对符号选择的灵活性。更高层次的综合运用体现在,学生能够整合多种符号和规则,构建数学模型来分析和解决跨学科的或贴近生活的复杂问题,此时,数学符号真正成为了他们进行思维和表达的有力工具。

第二节 数学符号的教学方法

数学符号是数学学科的语言,是承载数学知识、进行数学思考和交流的核心工具。如何引导小学生正确理解并灵活运用这些抽象的符号,是培养其数学核心素养的关键环节。本节将系统探讨数学符号的教学方法,致力于通过情境、辨析与递进式的策略,让符号的学习过程变得更加生动、清晰,并深入学生内心。

一、情境引入法:让符号“活”起来

对于主要依靠具体形象思维的小学生来说,抽象的数学符号常常显得枯燥且难以捉摸。情境引入法通过创设生动具体的场景,将符号的产生与应用融入学生熟悉的生活、故事或问题中,能够有效激发学生的学习兴趣,帮助他们直观感知符号的意义与价值。

(一)在故事情境中引入符号

将数学符号的教学融入引人入胜的故事之中,是激发低年级学生学习兴趣的有效途径。故事为抽象的符号赋予了角色和情节,使其变得鲜活有趣。教师可以编创或改编故事,让数学符号在特定的情节中自然登场,学生在听故事的过程中,在不知不觉中理解符号的含义。例如,在“大于号”和“小于号”的初次教学中,可以讲述“鳄鱼嘴巴”的故事:鳄鱼的嘴巴总是朝着食物多的一方张开,从而形象地展示“ $>$ ”和“ $<$ ”开口方向的规律。学生在为故事中的小动物分配食物时,

通过比较数量的多少，自然而然地理解了“ $>$ ”和“ $<$ ”所代表的比较关系。

这种方法将符号的学习过程转变为一种愉悦的情感体验。故事化的情境不仅能够牢牢吸引学生的注意力，还能通过生动的情节帮助学生建立起符号与具体数量关系之间的联系。当学生沉浸在“图形王国历险记”或“数字精灵找朋友”的故事中时，他们不再是被动地记忆符号，而是在探索和想象中主动建构对符号意义的理解，使学习过程变得生动而深刻。

（二）在问题解决中产生符号

数学符号的产生源于记录和解决问题的需要。引导学生在真实的问题解决情境中感受符号的必要性，是培养其符号意识的根本途径。当学生面临一个用语言描述相对繁琐或用实物操作不便的问题时，自然会产生简化表达和提高效率的需求，这正是引入新符号的最佳时机。教师应善于创设此类认知冲突，让学生亲身经历“从繁到简”的抽象过程，体会符号作为思维工具的优越性。

例如，在教学乘法符号时，教师可以先提出一个问题：“游乐园里有8排小火车，每排可以坐4人，一共有多少个座位？”学生最初可能会采用连加的方式（ $4+4+4+4+4+4+4+4$ ）来解决。在此基础上，教师可以进一步提问：“如果有20排、50排呢？每次都写这么多‘4’相加，是不是很麻烦？有没有更简洁的记录方法？”通过这样的引导，学生能够深切地感受到创立一种新符号来表示“求几个相同加数的和”的必要性。

此时，乘法符号“ $\times$ ”的出现便显得水到渠成，学生能够深刻理解“ 8×4 ”的本质含义，而不仅仅是将其看作一种需要记忆的运算规则。这种“先有问题，后有符号”的教学路径，让学生体会到符号是人类智慧的结晶，是为了更清晰、更高效地思考和交流而创造的，从而激发其主动使用符号解决问题的愿望。

（三）在生活实例中理解符号

数学源于生活，将符号教学与学生丰富多彩的现实生活紧密相连，可以有效降低认知难度，让学生感受到数学的亲切感和实用价值。生活中充满了各种各样的数学符号，教师应引导学生做有心人，去发现、理解和运用身边的符号。例如，超市商品价签上的“¥”，温度计上的“ $^{\circ}\text{C}$ ”，日历上的数字，以及电梯里的楼层按钮等，都是学生在日常生活中能够接触到的符号实例。

在教学实践中，教师可以设计一些源于生活场景的活动。在学习小数时，可以模拟超市购物情境，让学生在结算商品价格的过程中理解小数点在区分“元”



与“角、分”时的作用；在学习负数时，可以结合天气预报中的零下温度或电梯的地下楼层，让学生直观感受“负号”表示相反意义的量的功能。这种将符号融入真实应用场景的教学，不仅帮助学生掌握了符号的具体含义，更重要的是让他们真切体会到符号是描述和解决现实世界问题不可或缺的工具。

通过观察电费账单上的数字变化、解读体育比赛中的得分牌、分析地图上的比例尺等，学生能够在真实的应用中深化对符号作用的理解。当学生意识到数学符号并非只存在于课本和习题中，而是与自己的生活息息相关时，他们学习符号的内在动机将被极大激发，符号感和应用意识也会在潜移默化中得到有效提升。

二、比较辨析法：让符号“清”起来

随着数学知识的不断深入，学生接触到的符号种类越来越多，其中不乏一些形式相似或意义相近的符号。比较辨析法通过对这些易混符号进行系统的对比、辨析和归纳，帮助学生厘清符号间的细微差别与内在联系，构建清晰、有序的符号认知结构，从而实现对符号的精准理解和正确运用。小学数学中常见的符号类型及其核心功能，可见下表。

小学数学常见符号功能分类表

符号类型	代表符号	核心功能
运算符号	$+$, $-$, $\times$, $\div$	表示具体的数值计算操作。
关系符号	$=$, $>$, $<$	表示数量或表达式之间的比较与相等关系。
组合符号	$,$, $[\]$	改变运算顺序或明确运算范围。
代数符号	x , y , a , b	表示未知数、变化的量或具有普遍性的数量。
度量符号	¥ , $^{\circ}\text{C}$, $\%$	表示货币、温度、比例等特定单位。

（一）对比相似符号的异同

在小学数学中，存在许多外观相似但意义完全不同的符号，如“ $>$ ”与“ $<$ ”、“ $+$ ”与“ $\times$ ”、“ x ”与“ $\times$ ”等。这些符号是学生学习过程中的常见易错点。采用对比教学法，将这些形近符号并置呈现，引导学生从形、义、用等多个维度进行细致入微的观察和辨析，是帮助学生形成清晰认识的有效策略。

教师可以设计专门的辨析活动，引导学生通过观察、讨论和总结，找出相似符号之间的差异。

1. 从形态上比较差异：例如，在辨析“ $>$ ”（大于号）和“ $<$ ”（小于号）

时,可以引导学生关注其开口方向的不同。一个开口朝左,一个开口朝右,并结合“大口对大数,尖尖对小数”这样的形象化口诀来强化记忆。对于运算符号“+”和“ $\times$ ”,可以引导学生观察其笔画构成,一个是两笔交叉,一个是一横一竖。

2. 从意义上辨析本质:对比“+”和“ $\times$ ”的内在含义至关重要。教师可以通过具体实例让学生明白,“+”连接的是两个或多个可以不同也可以相同的加数,表示合并;而“ $\times$ ”则特指连接多个“相同”的加数,是求相同加数和的简便运算。通过“ $3+3+3+3$ ”可以写成“ 4×3 ”,而“ $3+4+5$ ”则不能,这样的实例对比能让学生深刻理解两者在运算意义上的本质区别。

通过这样有针对性的对比辨析,学生对这些相似符号的认识不再停留在模糊的、囫圇吞枣的阶段。他们能够在头脑中为每个符号建立起独特而精确的“身份档案”,从而在实际运用中能够准确提取和使用,有效避免因符号混淆而导致的各种错误。

(二) 辨析易混符号的用法

除了形态相似,一些数学符号在特定语境下的用法也容易引起混淆,例如等号“=”的多种含义、括号在不同运算中的作用等。针对这类问题,教师需要创设丰富的应用情境,引导学生在具体的运用中辨析其功能和规则的差异,从而深化理解。以等号“=”为例,它在小学阶段至少承载了两种核心功能:一是表示运算的结果,如在“ $5+3=8$ ”中,等号指示了计算的答案;二是表示相等或平衡的关系,如在“ $5+3=4+4$ ”中,等号说明其两边的量是相等的。

很多学生会将等号片面地理解为“得出答案”的指令符,这种认知偏差会为后续的代数学习埋下隐患。为此,教师可以设计一些特殊的“等式”让学生判断,比如“ $8=5+3$ ”或者“ $5+3=4+4$ ”。通过讨论这些看起来“奇怪”的等式是否成立,可以引发学生的认知冲突,促使他们重新思考等号的真正含义。借助天平模型进行演示,直观地展示等号两边需要保持“平衡”的状态,能够帮助学生建立起等号的核心意义是“相等关系”而非“单向运算”。

同样,对于小括号“ $()$ ”的教学,也不能仅仅停留在“括号里的要先算”这一表层规则的记忆上。教师应通过一系列对比性的算式,如“ $15-5+3$ ”与“ $15-(5+3)$ ”,让学生在计算结果的显著差异中体会到括号改变运算顺序的强大功能。通过解决“面包店原来有15个面包,卖掉了5个,又烤了3个,现在有多少个?”和“妈妈带了15元钱,买了一个5元的面包和一个3元的酸奶,还剩多少钱?”



等不同结构的实际问题，学生能够在问题与算式的匹配中，深刻理解何时需要使用括号来优先进行局部的运算。这种在具体用法辨析中学习的方式，使学生对符号规则的掌握从“知其然”上升到“知其所以然”。

（三）归纳符号体系的结构

数学符号并非孤立存在的，它们共同构成了一个具有内在逻辑和层级关系的符号体系。在学生掌握了一定数量的单个符号后，教师应适时引导他们从整体上审视和梳理这些符号，将零散的符号知识“串珠成链”，形成结构化的认知网络。这不仅有助于巩固已学知识，更能培养学生系统性、结构化的数学思维。例如，在学完四则运算的相关符号（+、-、 $\times$ 、 $\div$ 、=、()）后，教师可以引导学生绘制一张“运算符号家族”关系图。

在这张图中，学生可以根据自己的理解对符号进行分类。可以将“+、-、 $\times$ 、 $\div$ ”归为“基本运算符号”一类；将“=”归为“关系符号”；将“()”归为“运算顺序符号”。符号的功能分类，如上表所示，可以帮助学生进一步理清符号体系的结构。在“基本运算符号”内部，还可以进一步探讨它们之间的关系：减法是加法的逆运算，除法是乘法的逆运算，而乘法又是相同加数连加的简便形式。还可以引导学生总结运算律中符号的组合规律，如加法交换律（ $a+b=b+a$ ）、乘法分配律（ $a \times (b+c) = a \times b + a \times c$ ）等，让学生感受符号组合所表达的深刻数学思想。通过这样的归纳整理，学生头脑中的符号知识不再是一盘散沙，而是形成了一个层次分明、联系紧密的有机整体，这对于其数学思维的结构化发展具有重要意义。

三、分层递进法：让符号“深”起来

学生对数学符号的认知遵循着一定的规律，通常是从具体到抽象、从操作到理解、从计算到推理的螺旋式上升过程。分层递进法正是顺应了这一认知规律，将符号教学划分为不同层次，引导学生由浅入深、循序渐进地探究符号的内涵与外延，最终实现对符号的深刻理解和灵活运用。

（一）从具体事物到符号表示

在引入任何一个新的数学符号之前，让学生充分经历从具体事物中抽象出符号的过程，是符号教学的首要步骤。这个阶段的核心是建立“具体”与“抽象”之间的联系，让学生理解符号是对某一类现实情境或数量关系的概括性表达。教

师需要提供丰富的具象材料，如实物、图片、模型等，引导学生在观察、操作和比较中，自主产生用符号进行表达的需求。

例如，在教学分数符号时，教师不应直接抛出分数的定义和写法，而应从“分披萨”“分苹果”等具体情境入手。让学生亲自动手操作，将一个完整的圆形纸片“平均分成2份”，并描述“其中的1份”。学生可能会用语言说“一半”，或者“两份中的一份”。这时，教师可以引导：“我们怎样用一种简单的数学方式来记录这个‘一半’呢？”，从而自然地引出分数“ $\frac{1}{2}$ ”。学生通过亲手折、分、涂，直观地感知到“2”代表总共平均分成的份数，“1”代表所取的份数，“—”代表“平均分”。

这个从具体操作到符号表征的过程，是学生思维实现第一次飞跃的关键。它确保了学生所学习的每一个符号背后，都有着坚实的、可感知的现实原型作为支撑。经历了这一过程，符号对于他们而言才不是空洞的、需要死记硬背的任意规定，而是对世界进行数学化描述的有力工具。

（二）从符号表示到符号运算

当学生能够理解并使用符号来表示具体的数学意义后，教学的重心便转向引导学生在符号层面进行操作，即符号运算。这一阶段的目标是让学生掌握符号的运算规则，并理解规则背后的算理，实现思维从“半具体半抽象”向“纯抽象”的过渡。此时，需要逐渐脱离对具体事物的依赖，让学生学会在符号构成的形式系统中进行推理和演算。

以分数的加法为例，在学生理解了分数的意义之后，学习“同分母分数加法”。教师可以先借助图形（如两个相同的长方形，一个涂了 $\frac{1}{4}$ ，一个涂了 $\frac{2}{4}$ ）来直观演示“ $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$ ”，让学生观察到是“份数”在相加，而“每一份的大小”（即分母）没有改变。通过几次这样的具象操作，引导学生归纳出“同分母分数相加，分母不变，分子相加”这一运算规则。一旦规则形成，学生就需要在纯符号的层面上进行练习，如计算“ $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$ ”、“ $\frac{5}{9} + \frac{1}{9}$ ”等，并能举一反三。

这个阶段是连接“符号意义”和“符号应用”的桥梁。关键在于不能让学生机械地记忆运算规则，而要让他们在与已有知识的联系中，理解规则的合理性。从符号表示到符号运算，标志着学生的数学思维水平实现了又一次提升，他们开始能够驾驭符号，将其作为独立的思考对象，在抽象的数学世界里进行探索和创造。



（三）从符号运算到符号推理

符号教学的最高层次，是引导学生运用符号进行逻辑推理，解决更复杂和抽象的问题，培养其模型思想和推理能力。在这个阶段，符号不仅是计算的工具，更是思维的载体。学生需要能够根据问题情境，灵活地选择、组合和转换符号，构建数学模型，并通过严谨的符号推演来得出结论。

例如，在学习了用字母表示数（如用 x 表示未知数）之后，学生可以开始接触简单的方程问题。“一个长方形的周长是 20 厘米，长是 6 厘米，宽是多少？”对于这个问题，学生不仅要能列出算式“ $20 \div 2 - 6$ ”，更要能从模型思想出发，列出方程“ $2 \times (6 + x) = 20$ ”。列出方程的过程，本身就是一种符号化的建模。而解方程的过程，即“ $6 + x = 10$ ”、“ $x = 10 - 6$ ”、“ $x = 4$ ”，则完全是在符号系统内部，依据等式的性质和运算法则进行的一系列逻辑推理。

在这一层次，教师应鼓励学生思考符号背后更深层的数学关系。例如，引导学生探讨“ $a+b=b+a$ ”这一加法交换律的普遍适用性，让他们理解这不仅仅是一个计算技巧，而是所有数组都满足的一条基本性质。通过对符号规律的探索、归纳和演绎，学生的抽象思维能力、逻辑推理能力将得到极大的锻炼和提升，从而真正实现数学核心素养的培育。

第三节 符号意识的培养路径

数学符号是数学的语言和工具，蕴含着抽象、推理以及模型构建等核心思想。符号意识作为数学核心素养的关键一环，其培养并非一蹴而就，需要贯穿于小学数学教育的整个过程。我们必须在不同知识领域中设计针对性的、螺旋上升的培养路径，从而引导学生逐步感知符号、深入理解符号、灵活运用符号，乃至最终创造性地使用符号。符号意识的培养，是学生从具体思维走向抽象思维的必经之路。

小学数学符号类型与功能对照表

符号类型	典型符号	阶段	核心功能
数字符号	0, 1, 2, ...	数的认识	表示数量的抽象本质与计数
关系符号	$>$, $<$, $=$	数的认识 / 比较	描述数量间的特定联系
运算符号	$+$, $-$, $\times$, $\div$	数与代数	指示计算操作与规律
字母符号	n, x, a, b	式与方程	概括规律、表示未知数或变量
几何符号	$\angle$, $//$, $\perp$, $\triangle$	图形与几何	指代几何对象和空间关系

一、在“数的认识”中渗透符号意识

“数的认识”是学生数学学习的起点，也是符号意识萌芽的最初土壤。在这一阶段，教学的核心任务是引导学生完成从具体事物到抽象数的跨越，初步理解符号的指代作用，为后续更复杂的符号学习奠定坚实的基础。具体而言，符号意识在不同阶段的应用与发展，可见上表列出的符号类型与功能。

（一）理解数字符号的抽象意义

数字作为最基础的数学符号，其本身具有高度的抽象性。教学初始，我们必须紧密联系学生的生活经验，创设丰富的应用情境，帮助学生建立符号与现实世界的牢固连接。例如，通过展示“2 只苹果”“2 张桌子”“2 个小朋友”等实例，让学生在具体情境中感知“2”这个符号可以用来表示所有数量为“二”的集合。它脱离了具体事物的物理属性（如大小、颜色、形状），仅代表其数量本质。这是一个从具体现象到抽象概念的深刻概括过程。

教师应设计多样化的体验活动，引导学生亲身经历符号的抽象生成过程。从最初用小石子、画线段等方式记录数量，到逐渐认同并使用统一的数字符号，学生在实践体验中会自然地感受到数字符号作为一种通用语言的便捷性与必要性。这个过程帮助学生理解，数学符号并非凭空产生，而是人类为了方便交流与记录而共同创造的智慧结晶，从而初步建立起对符号价值的强烈认同感。

（二）掌握数位符号的位值原则

如果说理解单个数字是符号意识的起点，那么掌握多位数的构成法则，特别是数位符号的位值原则，则是符号意识发展的第一次重要飞跃。位值原则是指同一个数字符号因其所在的位置不同而代表完全不同的数值。例如，在“222”这个数中，从右至左的三个“2”分别代表 2 个一、2 个十和 2 个百。这一原则是



人类数学史上的一大创造，它使得用有限的十个数字符号（0到9）表示无穷的数成为可能，极大地简化了计算和书写。

教学中，可以借助计数器、数位表等直观教具，让学生通过动手操作来深刻体会位值原理。通过拨珠、摆放小棒等活动，学生能清晰地看到“10个一进位为1个十”“10个十进位为1个百”的动态过程，直观地理解相同符号在不同数位上的“身份”差异。这种操作性体验，将抽象的位值规则转化为可感知、可理解的心理表象，使学生不仅知其然，更能知其所以然，为后续的代数学习打下坚实的基础。

进一步地，教师可以设计一些挑战性的问题，如“用数字1、2、3可以组成哪些不同的三位数？请说明每个数中的‘2’表示的意义相同吗？”这类问题促使学生在比较和辨析中深化对位值原则的理解。学生需要调动已有的符号知识，分析特定位置上符号的含义，这不仅是对符号操作能力的训练，也是对符号思考的初步激发，为后续理解小数、多项式等更复杂的符号系统做好充分准备。

（三）运用关系符号表示数的大小关系

在掌握了数的表示之后，表示数与数之间的关系成为新的学习内容，这也是符号意识发展的又一重要环节。大于号“ $>$ ”、小于号“ $<$ ”和等于号“ $=$ ”这类关系符号，是小学生接触到的第一批非数字运算类的抽象符号。它们本身不代表任何数量，而是描述两个数量之间的特定联系，这对于学生的抽象思维提出了新的要求。教学的关键在于让学生理解这些符号所蕴含的“比较”和“判断”的深刻意义。

教学活动可以从实物比较开始，让学生通过“一对一”比较苹果和梨子的数量，得出“苹果比梨子多”的口头语言描述。接着，引导学生思考如何用一种更简洁、更通用的方式来记录这个关系，从而引出关系符号。例如，将“3个苹果”和“2个梨子”的关系记为“ $3 > 2$ ”。这个过程让学生亲身体验到，关系符号是对日常语言中比较关系的数学化转译，它比文字描述更加精确、更为简练。

为了巩固和深化理解，教师应创设多样化的练习情境。不仅包括简单的数字比较，还可以扩展到算式结果的比较，如在“ $5+3$ ”和“ $10-1$ ”之间填上合适的关系符号。这种练习要求学生先进行运算，再进行比较判断，将运算符号和关系符号有机地联系起来，综合运用多种符号解决问题。通过这样的训练，学生逐渐学会用数学符号的语言来清晰、准确地表达数学思考，其符号表达与交流的能力得到有效提升和发展。

二、在“式与方程”中强化符号意识

“式与方程”是小学数学“数与代数”领域的核心内容，也是学生从算术思维迈向代数思维的关键桥梁。在这一阶段，以字母为代表的符号被引入，符号的概括性、简洁性以及模型功能得到充分展现，成为强化学生符号意识、发展其抽象思维能力的真正主阵地。

（一）经历用字母表示数的过程

从具体的数到用字母表示数，是学生认知上的一次重大飞跃。这一过程不应是教师的简单告知，而必须让学生在丰富的、有意义的情境中亲身经历和体验。教师可以设计一系列由特殊到一般的探究活动，引导学生感受引入字母的必要性和优越性。例如，在探索等差数列规律时，先让学生写出第5、第10个数，再提问“第100个数是多少？”“第 n 个数呢？”学生在反复计算和书写中会感到繁琐和低效，从而产生用一个通用表达式来概括所有情况的内在需求。

此时，字母“ n ”的引入便水到渠成。学生通过自主探索发现，用“ n ”可以代表任意一个项数，相应的数值可以用含有“ n ”的式子来表示。这个过程让学生深刻体会到，字母符号不仅可以表示一个不确定的、可变的数，还能简洁地概括复杂的数量关系和变化规律。

在教学中，还要帮助学生厘清字母在不同情境下的多重含义。有时它表示一个特定的未知数（如方程中的 x ），有时表示一个变量（如 $y=2x$ 中的 x ），有时又可以表示任意数（如运算定律 $a+b=b+a$ ）。通过对比和辨析，学生对字母符号的理解会更加全面和深刻，逐步形成结构化的符号认知系统。

（二）理解方程符号的模型意义

方程是含有未知数的等式，它本质上是一种重要的数学模型。理解方程的符号意义，核心在于引导学生认识到，方程是对现实世界中等量关系的一种符号化、形式化的表达。教学中应强调用方程解决实际问题的完整过程，让学生在“建立模型—求解模型—解释应用”的完整活动中，深刻感受方程的巨大价值。

创设与学生生活紧密相连的问题情境至关重要。例如，“妈妈买了3支同样的笔，共花了15元，请问每支笔多少钱？”学生可以先用算术方法解决，然后教师引导：“如果我们用字母 x 代表笔的单价，你能根据题意列出一个等式吗？”学生通过分析题目中的等量关系“单价 $\times$ 数量=总价”，能够自然地抽象出方



程模型“ $3x=15$ ”。这个过程，是学生将生活语言、实际问题转化为符号语言的关键一步。

在解方程的过程中，同样要注重其符号操作的内在逻辑。例如，方程两边同时加上或减去同一个数，等式仍然成立。这种运算规则的教学，不能仅作为机械的步骤让学生记忆，而应借助天平模型等直观演示，让学生理解其背后的“等量公理”。学生通过观察天平的平衡变化，可以直观地理解对方程进行的一系列符号变换，其实质是为了保持“相等”这一核心关系，最终求得未知数的值。这种对符号操作规则的深刻理解，是发展学生推理能力和模型意识的坚实基础。

（三）体会符号的简洁性与概括性

数学符号的一个显著优点在于其无与伦比的简洁性与高度的概括性。在“式与方程”的教学中，应当时刻创造机会，让学生反复体会和鉴赏符号的这一魅力，从而内化对符号价值的认同，并乐于使用符号进行表达和思考。例如，在学习了用字母表示运算定律后，可以让学生对比文字叙述与字母表达式的差异。

“加法交换律：两个数相加，交换加数的位置，和不变。”这段文字描述虽然准确，但略显冗长。而用符号“ $a+b=b+a$ ”来表示，则一目了然，清晰简洁，节省了大量的文字。通过这种对比，学生能直观感受到符号语言的精炼之美。同样，几何图形的面积公式，如长方形的面积 $S=ab$ ，用几个简单的字母就概括了所有长方形面积的计算方法，体现了符号强大的概括能力。

教师还可以设计一些“数学翻译”活动，让学生尝试将一段生活化的叙述或一个复杂的问题，用数学式子或方程来表达。反之，也可以给出一个含有字母的式子，让学生联系生活实际，说明它可能表示的意义。式子“ $3a+2b$ ”可以表示“买3支单价为 a 的钢笔和2本单价为 b 的笔记本的总价”。这类双向的翻译练习，不仅锻炼了学生的符号运用能力，更重要的是，让学生在灵活转换中，反复品味符号作为一种高效思想载体所带来的智力上的愉悦感和成就感，从而真正爱上数学这门充满智慧的符号科学。

三、在“图形与几何”中发展符号意识

“图形与几何”领域为发展学生的符号意识提供了丰富的视觉化和空间化情境。几何图形本身就是一种特殊的符号，而对图形的度量、变换和推理，更是离不开代数符号的有力支撑。在这一领域中，符号意识的培养更加注重符号与图形

的结合,即“数”与“形”的有机统一。

(一) 认识图形的符号表示

几何图形的学习,本身就伴随着大量的符号认知过程。从最基本的点、线、角,到复杂的平面图形和立体图形,每一种几何对象都有其特定的符号表示方式。教学中,需要引导学生准确地认识、读写和使用这些图形符号,理解它们所代表的几何意义和空间属性。

在学习几何概念时,教师的规范示范和准确引导至关重要。

1. 基本元素的符号化:例如,在教学直线、射线和线段时,要明确指出它们的表示方法(如直线 AB、射线 CD、线段 EF),并强调端点字母的顺序在不同情况下的意义。对于角,要教会学生使用“ $\angle 1$ ”、“ $\angle ABC$ ”等不同方式来表示,并理解顶点字母必须写在中间的规范。

2. 几何关系的符号化:两条直线的位置关系,如平行($//$)和垂直($\perp$),都有其专门的符号。这些符号是对图形空间关系的精炼表达,教学时应结合图形让学生反复感知,建立符号与视觉表象之间的直接联系,实现符号与几何对象的绑定。

通过规范的书写训练和大量的读图、画图练习,学生能够逐渐建立起一套属于几何学的“符号库”。当他们看到“ $Rt \triangle ABC$ ”时,头脑中能立刻浮现出一个直角三角形的清晰图像,并联想到其相关的性质和定理。这种从符号到图形、再从图形到符号的快速转换能力,是几何直观与符号意识融合发展的体现,也是进行后续几何计算与证明的必备基础能力。

(二) 运用符号进行图形的度量与计算

图形的度量与计算是“图形与几何”教学的重要组成部分,也是符号意识从认知走向应用的绝佳场域。周长、面积、体积等公式,本质上就是用符号语言建立的关于图形度量的数学模型。教学的重点在于引导学生经历公式的探究过程,理解每一个符号在公式中的具体含义,并能灵活运用公式解决各类问题。

以平行四边形面积公式 $S=ah$ 的教学为例,探究过程应引导学生通过“剪、移、拼”等操作,将未知的平行四边形转化为已知的长方形。在转化过程中,学生会发现,转化后的长方形的长恰好等于原平行四边形的底(a),宽恰好等于原平行四边形的高(h)。由此,面积公式的建立就有了坚实的几何直观支撑。在这个过程中,学生不仅理解了公式的由来,更重要的是,他们明白了符号 a 、



h 和 S 分别指代的是什么几何量, 以及它们之间为何存在这样的数量关系。

在运用公式解决实际问题时, 可以设计一些变式练习, 以加深对符号意义的理解。例如, 给出平行四边形的面积和底, 要求学生求高; 或者在复杂的组合图形中, 要求学生识别出相应的底和高来计算面积。这些练习要求学生不能机械地套用公式, 而必须真正理解公式中每个符号的几何意义, 并能在具体情境中准确地“对号入座”, 代入数值。这促进了学生的模型意识和应用意识, 使符号真正成为解决几何问题的有力工具。

(三) 借助符号进行几何证明

虽然严格的几何证明是初中数学的内容, 但在小学高年级, 可以适当地渗透一些初步的几何说理和逻辑推理思想, 让学生尝试借助符号进行简单的几何证明活动。这对于培养学生的推理意识和严谨的科学态度具有重要的启蒙意义。例如, 在学习“三角形内角和是 180° ”这一重要结论时, 可以引导学生进行一次从实验到说理的完整探究。

让学生通过“量一量”“剪一剪、拼一拼”等实验操作, 直观地发现三个内角可以拼成一个平角。在获得猜想后, 教师可以引导学生思考如何用推理的方式来证明这个结论。借助辅助线, 将问题转化为利用平行线的性质进行证明。例如, 过三角形一个顶点作对边的平行线, 利用“两直线平行, 内错角相等”等已知性质, 通过符号(如 $\angle 1 = \angle B$, $\angle 2 = \angle C$)进行等量代换, 最终推导出“ $\angle A + \angle B + \angle C = \angle A + \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ”。

在这个过程中, 学生需要清晰地表达每一步推理的依据, 并正确使用角、平行、垂直等数学符号。他们会体验到, 符号在这里不仅仅是记录和表达的工具, 更是逻辑推理的强大载体。每一个符号的变换和替换, 都代表着一步严谨的逻辑推演。这种初步的证明体验, 能让学生感受到数学的理性力量和逻辑之美, 其符号意识也在严谨的推理过程中得到了充分的升华和发展。

第四节 符号意识的教学案例分析

符号意识是小学数学核心素养的重要组成部分，它贯穿于学生数学学习的全过程。本节将通过三个具体的教学案例，细致分析在不同教学内容中如何有效培养学生的符号意识，并对其中的教学策略、学生反应及培养效果进行深入的探讨与反思。

一、案例一：《用字母表示数》教学设计

《用字母表示数》是学生从算术思维迈向代数思维的起点，也是培养符号意识的关键一课。本案例旨在探讨如何巧妙设计教学过程，帮助学生顺利完成这一认知上的跨越，真正理解用字母表示数的概括性与一般性。

（一）教学目标与重难点分析

本课的教学目标确立为三个维度：在知识与技能上，学生应能理解用字母既可以表示一个具体的数，也能表示一个变化的数，并能运用字母表示运算定律和计算公式；在过程与方法上，学生经历从具体到抽象的认知过程，体会用字母表示数的简洁性与概括性；在情感态度与价值观上，激发学生学习代数知识的兴趣，培养其初步的符号意识。教学的重点在于让学生理解字母表示数的意义，即字母不仅可以代表一个特定的未知数，更可以代表一类变化的数或数量关系。

教学的难点在于突破学生长期形成的“数就是具体的数字”的思维定势，接受字母作为一种“广义数”的抽象概念。学生可能会对字母表示数感到困惑，尤其当一个字母在不同情境下可以表示不同数值时，容易产生认知上的冲突。因此，教学设计的关键就是要通过丰富的生活情境和逐步抽象的过程，化解这一难点，让学生在亲身体验中感悟字母表示数的本质属性。

（二）教学过程设计与意图

教学过程围绕“生活中的符号——游戏中的符号——数学中的符号”这一主线展开，旨在由浅入深，层层递进，让学生在熟悉的情境中逐步构建对符号的认知体系。

初始环节，通过展示生活中的常见符号，如天气符号、交通标志等，引导学生讨论这些符号的意义和作用，让他们初步感知符号的简洁性和指代功能。这一设计的意图在于激活学生已有的生活经验，让他们明白符号是人们为了方便交流



而创造的，为后续引入抽象的数学符号作好心理铺垫。

核心环节，设计“猜年龄”的游戏。教师说：“我比你们大20岁”。当学生的年龄变化时，教师的年龄也随之变化。这个过程引导学生思考如何用一个统一的算式表示出任何一个同学年龄与教师年龄之间的关系。学生可能会从具体的算式（如 $10+20=30$ ）逐步过渡到尝试用一个符号来代表所有同学的年龄。这个环节的设计意图是让学生在动态变化的情境中，体会到用一个具体数字来表示是“不够用”的，从而产生使用字母来表示变化数值的内在需求。教学步骤如下：

1. 邀请几位不同年龄的学生，分别计算教师的年龄。

2. 引导学生观察这些算式，发现其中的不变关系（+20）和变化部分（学生的年龄）。

3. 提出问题：“我们能不能用一个更简洁、更普遍的方式，把所有这些情况都表示出来？”

4. 鼓励学生尝试用图形、拼音甚至字母来表示，并进行比较，最终凸显出用字母（如 $a+20$ ）表示的概括性和普适价值。

深化环节，引导学生用字母表示已经学过的运算定律和图形计算公式。例如，加法交换律从具体的数到“ $a+b=b+a$ ”，长方形面积从“长 $\times$ 宽”到“ $S=ab$ ”。这一设计的意图是让学生看到字母表示数在数学内部的巨大作用，它能将零散的知识规律化、系统化，从而进一步强化学生对符号价值的认同，将符号意识提升到数学工具的层面。

（三）教学反思与效果评价

本节课的教学设计较好地体现了从具体到抽象、从特殊到一般的认知规律。通过生活情境的引入和游戏活动的开展，学生的学习兴趣被充分调动，能够在轻松的氛围中初步理解字母可以表示变化的数。在游戏环节，学生真实地感受到了用字母表示数的内在需求和便利，实现了知识的自我建构。课堂观察显示，大部分学生能够理解并接受“ $a+20$ ”的表示方法，并能举一反三，说明他们开始建立初步的符号感。

课程的实施效果基本达到了预期目标，学生对字母表示数有了基础的认识。评价一节课的成功与否，不仅要看学生是否掌握了知识点，更要看他们的思维是否得到了发展。课后，部分学生在日记中写道：“原来数学符号这么有用，一个字母就能代表好多好多数。”这表明学生的符号意识得到了有效激发。当然，也

存在一些不足。少数思维转变较慢的学生对于“a”究竟是几仍然感到困惑，这提示教师在后续教学中，还需要提供更多应用字母表示数量关系的机会，设计更多具有挑战性的问题，让学生在反复应用中深化理解，将初步的符号意识内化为稳固的数学素养。

二、案例二：《方程的意义》教学片段赏析

《方程的意义》是在学生学习了用字母表示数之后进行的，是代数知识的深化。本案例旨在通过一个具体的教学片段，展现教师如何引导学生自主探究，经历从具体情境到抽象概念的建构过程，从而深刻理解方程的本质属性。

（一）情境创设与问题引导

教学片段始于一个精心设计的情境：教师在讲台上放置一台天平，天平的左边放置一个 50 克的砝码，右边放置一个 20 克的砝码和一个未知重量的苹果。此时，天平的指针指向右边，处于倾斜状态。教师随即向学生提问：“看到这个情境，你们能想到用怎样的数学式子来表示天平两边物体的质量关系吗？”这个问题具有开放性，旨在鼓励学生动用已有的知识储备进行描述。学生们非常活跃，有的说“苹果的质量加上 20 克比 50 克重”，有的则尝试用算式“ $x+20 > 50$ ”来表示。教师对学生的各种表示方法均给予肯定，保护了他们表达的积极性。

接着，教师从右边盘子里拿走一部分苹果，使得天平恰好达到平衡状态。此时，教师再次抛出核心问题：“现在天平平衡了，两边的质量关系发生了什么变化？我们又该如何用数学式子来表示这种新的关系呢？”这个问题的引导极具匠心。它通过一个动态的操作，制造了“不等”到“相等”的思维转折，将学生的注意力聚焦到“相等”这一核心特征上。

这个情境的创设，其意图在于为学生提供一个直观的、可操作的物理模型，将“相等关系”这一抽象的数学概念物化为天平的平衡状态。通过教师的两次提问，形成了一个由“不平衡”到“平衡”、由“不等式”到“等式”的认知递进，为学生自主探究什么是方程搭建了坚实的手脚架，使问题的产生自然而然，激发了学生探究的欲望。

（二）学生探究与概念建构

面对“天平平衡了该如何表示”的问题，学生们进入了自主探究与小组讨论的阶段。由于之前已经有了用字母表示未知数的经验，并且受到了“ $x+20 >$



50”的启发，很多小组很快就得出了“ $x+20=50$ ”这个式子。教师并没有急于给出定义，而是追问道：“像‘ $x+20=50$ ’这样的式子，它和我们以前学过的算式有什么不一样？它有什么特点？”这个问题将学生的探究引向了更深层次，即对方程本质属性的归纳。

在小组讨论中，学生们各抒己见。有的学生发现“它里面有未知数 x ”，有的学生指出“它是一个等式，中间是等号”，还有的学生总结得更全面：“这是一个含有未知数的等式”。教师巡视并聆听各组的讨论，对学生的发现给予鼓励。随后，教师组织全班交流，并让学生将自己的发现写在黑板上。通过对比、补充和提炼，学生们共同概括出了方程的两个关键特征：第一，必须含有未知数；第二，必须是等式。这两个特征是学生自己从具体模型和式子中“生长”出来的，而非教师直接告知的。这个过程充分体现了学生是学习的主体，他们在观察、比较、分析和归纳中，亲身经历了概念建构的全过程，对知识的理解因而更加深刻和牢固。

（三）教师点拨与思维提升

在学生自主建构了方程的初步概念后，教师点拨与提升起到了画龙点睛的作用。教师并没有止步于概念的形成，而是设计了一系列辨析练习，旨在巩固和深化学生的理解。例如，教师出示了这样几组式子：‘ $3+5=8$ ’、‘ $x+10$ ’、‘ $2x-5 > 15$ ’、‘ $y \div 3=9$ ’，并提问：“请判断一下，这些式子哪些是方程，哪些不是？为什么？”

这个辨析环节的设计意图非常明确，就是为了帮助学生澄清模糊认识，精准把握概念的内涵和外延。学生在判断的过程中，需要反复调用刚刚建构起来的“含有未知数”和“等式”这两个标准。对于‘ $3+5=8$ ’，学生会指出它虽然是等式，但不含未知数，所以不是方程。对于‘ $x+10$ ’，学生会发现它虽然含有未知数，但不是等式，所以也不是方程。通过这样正反对比的思辨过程，学生对方程的两个缺一不可的核心要素有了更为清晰的认识。

教师的角色在此转变为一个思维的激发者和引领者。当学生产生争论时，教师不是简单地裁决对错，而是引导他们回到概念本身，用标准去衡量。例如，有学生可能认为‘ $y \div 3=9$ ’中‘ y ’是可以直接算出来的，所以不是方程。

此时，教师可以点拨：“我们判断一个式子是不是方程，是在写出它的那一刻，看它是否符合‘含有未知数的等式’这两个条件，而不是看它的未知数是否容易求出。”这一关键点拨，厘清了“方程”与“解方程”的区别，将学生的思

维从“求出答案”的算术思维中解放出来，提升到关注“表示关系”的代数思维层面，实现了思维的深刻提升。

三、案例三：《正比例和反比例》中的符号运用

《正比例和反比例》是小学阶段函数思想的启蒙，其核心在于引导学生从变化的数量中发现不变的关系，并用符号（关系式）来表达和应用这种关系。本案例重点分析教学中如何运用符号工具，帮助学生建立正反比例的模型思想。

（一）如何引导学生发现关系式

引导学生从具体问题中发现并抽象出关系式，是培养符号意识，建立模型思想的关键步骤。在教学正比例时，教师可以呈现“购买苹果”的情境，提供一组表格数据，包含购买苹果的数量（箱）和相应的总价（元）。教学的重点不是让学生看一眼数据就直接告诉他们关系，而是引导他们主动去探索数据背后的秘密。教师可以提问：“观察这张表格，你发现了什么？”起初，学生可能会发现“数量越多，总价也越多”。这是一个初步的、定性的发现。

接着，教师需要引导学生进行定量的分析：“它们之间有没有一种更精确的关系呢？同桌合作，计算一下每一组数据中总价和数量的比值，看看有什么发现。”当学生们通过计算，惊奇地发现所有比值都是一个固定的数（即单价）时，不变的关系就从变化的数值中“浮现”了出来。此时，教师再引导学生用符号来表示这个普适性的规律：“如果我们用 x 表示购买的数量，用 y 表示总价，那么它们之间的关系可以怎样用一个含有字母的等式来表示呢？”学生在前面探索的基础上，很容易就能抽象出关系式 $y/x=k$ （一定）。这个从具体数据到符号关系式的过程，让学生亲身经历了数学建模的微观过程，他们所得到的 $y/x=k$ 不再是一个冰冷的公式，而是自己探索发现的智慧结晶。

小学代数符号关系式对比表

关系类型	符号表达示例	关系本质描述	教学案例对应
运算定律	$a + b = b + a$	字母表示普适性规律	案例一
代数关系	$x + 20 = 50$	含有未知数的等量关系	案例二
正比例关系	$y/x = k$ (k 一定)	比值恒定（线性增长）	案例三
反比例关系	$xy = k$ (k 一定)	乘积恒定（曲线变化）	案例三



（二）如何利用关系式进行判断和解决问题

如上表所列,掌握了 $y/x=k$ (正比例)和 $xy=k$ (反比例)这两个核心关系式后,教学的下一个重点就是引导学生运用这些符号模型去进行判断和解决问题,从而体现符号的工具价值。

在进行判断时,教师可以设计一系列的实际问题情境,让学生判断两种相关联的量是否成正比例或反比例。例如,“正方形的边长和面积”、“圆的半径和周长”、“一本书已读的页数和未读的页数”等。解决这类问题的关键,不在于凭感觉猜测,而在于引导学生回归到关系式这一“试金石”。教学步骤可以设计如下:

1. 引导学生明确问题中涉及哪两种变化的量。
2. 鼓励学生尝试用字母(如 x 和 y)来表示这两种量。
3. 引导学生思考并写出这两种量之间的数量关系式。
4. 将写出的关系式与 $y/x=k$ 或 $xy=k$ 进行对照,如果形式一致,则说明它们成对应的比例关系,否则就不是。

例如,在判断“正方形的边长(x)和周长(y)”的关系时,学生写出关系式 $y=4x$,变形后得到 $y/x=4$,完全符合 $y/x=k$ 的形式,因此成正比例。通过这一规范化的判断流程,学生将符号关系式作为分析和推理的工具,其符号意识在实际应用中得到了锤炼和提升。在解决问题时,同样要强调用关系式来思考。例如,已知A、B两地相距600千米,一辆汽车从A地开往B地,其速度和时间的变化关系。学生可以迅速判断出速度和时间成反比例,建立 $vt=600$ 的模型,然后根据给出的速度求时间,或根据给出的时间求速度,所有问题都可以在这个关系式的框架内得以解决。

（三）符号意识培养的得失分析

在《正比例和反比例》的教学中,将关系式 $y/x=k$ 和 $xy=k$ 作为核心,是培养学生符号意识和模型思想的有效路径。其“得”在于,这种方法将复杂的比例问题简化为对一个核心模型的识别和应用。学生不再需要记忆各种零散的比例应用题类型,而是掌握了一种具有普适性的分析工具。他们学会了从纷繁变化的数量关系中,通过寻找“不变量”,抽象出数学模型,再利用模型去解释和预测。这种思想方法不仅对解决比例问题至关重要,更是整个中学阶段函数学习乃至更高层次数学学习的基础。学生通过这样的训练,其思维的抽象性、概括性和条理

性都得到了显著提升。

其“失”或者说潜在的风险在于，部分教学可能会将重点错误地放在了对‘ $y/x=k$ ’和‘ $xy=k$ ’这两个公式的机械记忆上，而忽略了引导学生去亲身经历“从具体情境中发现不变量，从而抽象出关系式”的完整探究过程。如果教学过于急功近利，直接给出公式让学生套用，那么学生学会的只是机械的符号操作，而不是真正的符号意识。他们虽然能够“正确”地解决一些典型的习题，但面对新的、稍微变式的情境时，便会束手无策。因为他们的头脑中没有建立起符号与现实情境之间的鲜活联系，符号对他们而言是空洞的、无意义的。因此，教学成功的关键，在于是否能平衡好“探究过程”与“模型应用”的关系，确保学生在深刻理解的基础上运用符号，让符号意识真正成为其数学思维的一部分，而不是记忆的负担。

第四章 空间观念的培养策略

空间观念作为数学核心素养的重要组成部分，其培养贯穿于小学数学教育的全过程。本章将深入探讨空间观念的培养策略，旨在为一线教师提供坚实的理论指导与实践路径，帮助学生建立起完善的认知结构，从而更好地理解 and 探索我们生活的世界。

第一节 空间观念的心理基础

探究空间观念的心理基础，是制定有效培养策略的逻辑起点。本节将从空间观念的内涵界定、儿童空间认知发展的经典理论以及影响其发展的多维因素入手，为后续的教学实践提供坚实的理论支撑和认知前提。

一、空间观念的内涵与构成

准确理解空间观念的内涵及其核心要素，是有效培养学生该项素养的关键所在。这不仅涉及对物体形状、大小、位置关系的感知，更包含了在此基础上的心理操作与抽象推理，是连接具象世界与抽象几何知识的桥梁。

（一）空间观念的定义

空间观念，在心理学和教育学领域中，通常指个体对自己身体以及周围物体、环境的空间关系进行感知、理解、记忆和推理的心理能力。它并非单一的能力，而是一个综合性的认知结构体，是人脑对三维空间信息的加工和表征。在小学数学学科中，空间观念具体表现为学生能根据物体特征识别和判断几何图形；能理解并描述物体之间的相对位置关系；能运用平移、旋转、对称等方式想象和描述图形的运动与变化；能初步借助坐标或参照物确定位置和方向。这种能力的发展，使儿童能够从无序的视觉信息中提取出有序的结构，构建起内在的“心理地图”，从而理解和解决与空间相关的现实问题。它不仅是学习几何知识的基础，更是发展逻辑思维和问题解决能力的重要支撑。良好空间观念的形成，意味着学生能够



超越单纯的视觉感知，在头脑中对空间客体进行分析、综合、变换和创造，实现从“看”到“思”的认知飞跃。

（二）空间观念的核心要素

空间观念的构成是多维且复杂的，其核心要素相互联系，共同构成了个体理解空间世界的完整认知框架。这些要素的发展水平直接决定了个体空间能力的强弱。

1. 形状与大小知觉：这是空间观念最基础的构成部分。它指个体能够识别和区分不同物体的几何形状，如圆形、正方形、长方体等，并能感知和比较它们的大小。在小学阶段，学生从认识简单的平面图形和立体图形开始，逐步学习分析图形的基本特征和构成，这是形成更复杂空间认知的前提。

2. 位置与方向感知：该要素涉及对物体在空间中所处位置（如上下、前后、左右）以及方向的辨别和描述能力。儿童最初以自我为中心来确定位置，随后发展到以客体为参照物来辨别位置和方向。这项能力是地图阅读、路线规划等高级空间技能的基础，对于日常生活和社会适应至关重要。

3. 空间关系理解：它指的是对两个或多个物体之间空间关系的理解，例如包含、分离、相交、平行、垂直等。学生需要理解图形之间的组合与分割关系，能够在头脑中分解和重构复杂的空间结构。这种能力对于理解几何证明、进行空间布局设计等具有决定性作用。

4. 空间变换想象：这是空间观念中更高级的认知成分，要求个体能够在心理上对物体进行移动、旋转、翻转、缩放等操作，并预见其结果。例如，想象一个正方体展开后的平面图，或想象一个图形旋转 90 度后的样子。这种心理操作能力是空间想象力的核心体现，也是培养创造性思维的关键。

（三）空间观念与空间想象力的关系

空间观念与空间想象力是两个联系紧密但又有所区别的概念。正确认识二者的关系，有助于在教学中更精准地设定培养目标。空间观念是个体已经内化和建构起来的关于空间形态、结构和关系的相对稳定的认知体系，它更侧重于知识与理解的层面，是静态的知识库和认知框架。它是个体进行空间思维的基础，涵盖了对形状、大小、位置、方向等基本要素的掌握和理解。

空间想象力则更多地体现为一种动态的心理操作过程，是在已有空间观念的基础上，对空间事物进行观察、分析、抽象、概括，并在大脑中形成新的空间表

象,或对已有的表象进行加工、改造、变换和重组的能力。如果说空间观念是“仓库里的存货”,那么空间想象力就是“调动和加工这些存货进行再创造”的能力。例如,学生知道长方体的构成是其空间观念的一部分,而能在头脑中将一个长方体切割成两个小长方体并想象出新产生的表面积变化,则体现了其空间想象力。因此,空间观念是空间想象力的基础和源泉,而空间想象力是空间观念的延伸和升华,是空间观念在解决新问题情境中的能动表现。在小学数学教育中,二者相辅相成,培养学生丰富的空间观念,最终目的是为了发展和提升他们的空间想象力,使其具备更强的创新能力和问题解决能力。

二、儿童空间认知发展的理论

儿童空间观念的形成并非一蹴而就,而是遵循着一定的规律和阶段。深入理解儿童空间认知发展的相关理论,可以帮助教育工作者科学地评估学生当前的发展水平,并设计出符合其认知规律的教学活动。

(一) 皮亚杰的儿童空间认知发展阶段论

瑞士心理学家皮亚杰的研究揭示了儿童空间概念发展的基本轨迹。他认为儿童对空间的理解经历了一个从拓扑空间到射影空间,再到欧几里得空间(简称欧氏空间)的有序发展过程。拓扑空间是儿童最早发展的空间概念,大约出现在前运算阶段。在这个阶段,儿童主要关注物体之间的基本关系,如邻近(挨着)、分离、顺序和封闭(内外),而对图形的边数、角的大小、长度等度量属性并不敏感。他们画的“人”可能只是一个封闭的圆圈上加几个点和几条线。

随着认知能力的发展,儿童进入射影空间概念阶段。他们开始能够摆脱自我中心的限制,考虑到不同观察角度下物体的不同样貌,理解透视关系。例如,他们能逐渐理解从不同侧面观察同一个物体会看到不同的形状,这是建立坐标参照系和观点采择能力的开端。这个阶段的儿童开始在绘画中表现出一定的远近关系,尽管还不精确。

儿童发展出欧氏空间概念。这个阶段的儿童能够理解和运用长度、面积、角度、体积等度量单位,能够建立起稳定的、包括水平和垂直参照的坐标系。他们能够精确地表征图形的形状和大小,理解平行、相似、全等等几何关系。皮亚杰的理论强调了儿童空间认知发展的阶段性和主动建构性,提示教师应根据儿童所处的不同阶段提供适宜的材料和挑战,引导他们逐步构建起更高级的空间认知结构。

（二）范希尔的几何思维发展水平理论

荷兰教育家范希尔夫妇通过对大量学生的观察与研究，提出了著名的几何思维发展水平理论。该理论将学生几何思维的发展划分为五个有序的、非跳跃的水平，为几何教学的设计与评估提供了清晰的框架。具体水平及其特征，可见下表：

范希儿几何思维发展水平表

水平	水平名称	关键特征	教学重点
水平 0	视觉化	依赖图形的整体外观识别图形，无法描述属性。	识别、命名图形，提供具体操作经验。
水平 1	分析	能识别和分析图形的属性，但不理解属性间关系。	描述图形属性，测量与观察。
水平 2	关系 / 非形式演绎	能建立属性间的关联，进行简单分类和非形式推理。	逻辑组织属性，理解定义与分类。
水平 3	形式演绎	理解公理系统，能进行形式化的逻辑证明。	学习证明结构、公理与定理。
水平 4	严密性	理解不同几何系统，对抽象几何进行严谨分析。	比较和分析不同公理体系（大学阶段）。

水平 0 是视觉化水平。处于该水平的学生主要依靠图形的整体外观来识别和命名图形。他们能认出正方形，因为“它看起来像一个正方形”，但无法清晰描述其“四条边相等，四个角是直角”等属性。他们的思维活动依赖于直观感知，缺乏对图形性质的分析。

水平 1 是分析水平。学生开始能够识别和分析图形的组成部分及其性质，但不能理解性质之间的关联。他们知道长方形有对边相等、四个角是直角等性质，但可能不会意识到正方形是特殊的长方形。他们通过观察和测量来归纳性质，思维停留在对具体实例的描述上。水平 2 是关系水平或非形式演绎水平。学生能够理解和建立不同几何性质之间的联系，能够对图形进行分类。他们能理解一个正方形同时具备平行四边形、矩形和菱形的所有性质，并能进行简单的、非形式化的逻辑推理，例如“如果一个四边形对角线互相垂直平分，那么它是一个菱形”。

水平 3 是形式演绎水平。学生能够理解公理、定义、定理在整个几何系统中的作用，能够进行形式化的逻辑证明。他们的思维进入了抽象的、演绎的阶段，能够理解并构造一个完整的证明过程。水平 4 是严密性水平。这是几何思维的最高水平，通常在大学数学专业的学习中才能达到。处于该水平的学生能够深入理解不同公理系统之间的区别，能在没有具体模型的情况下，对抽象的几何系统进

行严谨的分析。范希尔理论强调了教学语言和活动必须与学生的思维水平相匹配,否则教学将是无效的。

（三）现代认知心理学对空间观念的解释

现代认知心理学从信息加工的角度,对空间观念的形成和运作机制提供了更为精细的解释。它将空间认知视为一个复杂的心理过程,涉及多种认知成分的协同作用。研究者普遍认为,人类大脑中存在着专门负责处理空间信息的认知系统。例如,双重编码理论提出,人类通过视觉和言语两个独立的系统来表征信息。空间信息主要通过视觉系统进行编码,形成“心象”或“心理图像”,这些心理图像可以在头脑中被检视、旋转和变换,从而支持空间推理。

心理旋转实验是证明心象存在的经典范例。实验表明,人们判断两个二维或三维图形是否相同时,所需的时间与它们之间的角度差异成正比,这说明人们在头脑中进行了一种类似于物理旋转的心理操作。认知心理学还关注空间工作记忆在空间任务中的作用。空间工作记忆负责暂时存储和操作空间位置、形状等信息,其容量和效率直接影响个体解决复杂空间问题的能力。例如,在进行多步的几何推理时,学生需要在工作记忆中保持中间步骤的图形状态和关系。因此,现代认知心理学强调,培养空间观念不仅是传授几何知识,更是训练学生的视觉表征能力、心理转换能力和空间工作记忆等底层认知技能。

三、影响小学生空间观念发展的因素

小学生的空间观念发展受到多种复杂因素的交互影响,全面认识这些因素,有助于教育工作者采取更有针对性的干预措施,创设最优化的学习环境,从而促进每个学生空间能力的个性化发展。

（一）个体认知风格与经验

学生的个体差异是影响其空间观念发展的重要内在因素。认知风格,即个体在信息加工过程中所偏爱的方式,对此有显著影响。例如,场依存性与场独立性的学习者在处理空间任务时表现不同。场独立性的学生更容易从复杂的背景中分离出关键的空间信息,更擅长分析和重组图形,他们在心理旋转、图形辨认等任务上通常表现更优。而场依存性的学生则倾向于整体性地感知事物,容易受到背景信息的干扰。

个体的生活经验,特别是早期的空间游戏和探索活动经验,对空间观念的形



成至关重要。从小喜欢搭积木、玩拼图、进行户外运动的儿童，通过大量的亲身体验，获得了丰富的关于物体形状、结构、方位和运动的感性经验，这些经验内化为他们空间认知结构的基础。反之，如果儿童早期缺乏这类活动，其空间观念的发展可能会相对滞后。学生的性别、空间焦虑水平以及对数学的态度等非智力因素，也会在一定程度上影响其参与空间学习活动的积极性和最终效果。因此，教师在教学中应充分尊重和考虑学生的个体差异，为不同认知风格和经验水平的学生提供多元化的学习路径和支持。

（二）教学材料与活动设计

教学是促进学生空间观念发展的主渠道，其中教学材料的选择与教学活动的设计起着决定性的作用。有效的教学需要借助恰当的媒介将抽象的几何概念与学生的已有经验连接起来。

1. 教具与学具的运用：实物模型、几何体、七巧板、钉板等传统教具，为学生提供了动手操作、亲身体验的机会。通过触摸、搭建、分解、组合，学生能够直观地感知几何体的特征，理解点、线、面、体之间的关系。在操作中，“手”的活动与“脑”的思考紧密结合，有助于将外部的物理操作内化为内部的心理操作，极大地促进了空间表象的建立。

2. 信息技术的整合：现代信息技术，如几何画板、三维建模软件、AR等，为空间观念的培养开辟了新的途径。它们能够动态地、多角度地呈现图形的变换过程（如平移、旋转、翻折），将抽象的变换关系直观化、可视化，弥补了静态教具的不足。学生可以自由探索和尝试，观察改变参数对图形的影响，这种交互式的学习方式能有效激发学生的学习兴趣，加深对空间关系的理解，并显著提升其空间想象力。

活动设计的有效性同样关键。教师应设计具有挑战性、开放性和趣味性的任务，鼓励学生在解决实际问题的过程中运用空间知识。例如，设计校园地图、规划家具摆放、制作一个包装盒等项目式学习，都能促使学生综合运用形状、位置、测量等多方面的知识，使其空间观念在应用中得到巩固和提升。

（三）家庭与社会环境

家庭与社会环境作为学生成长的宏观背景，对他们空间观念的形成与发展同样具有不可忽视的潜在影响。家庭是儿童最早接受教育的场所，父母的教育观念和行为模式深刻地影响着孩子。如果父母鼓励孩子进行探索性活动，如户外远足、

旅行、参观博物馆和科技馆,孩子便能在真实的大环境中感知空间、建立方向感。在家中,父母与孩子一起玩积木、拼图、折纸等建构性游戏,或者在日常生活中引导孩子注意观察物体的形状、描述物品的位置,这些看似不经意的互动,都在潜移默化中丰富了孩子的空间经验,为其后续的学校学习奠定了坚实基础。

社会文化环境也扮演着重要角色。社区提供的公共空间、游乐设施的设计,以及社会对科学、技术、工程、艺术和数学(简称 STEAM)教育的重视程度,都会影响儿童接触和参与空间探索活动的机会。一个鼓励创新、提倡动手实践的社会氛围,能够激发儿童对空间世界的好奇心和探索欲。书籍、动画、电子游戏等大众传媒中的空间元素,也在无形中塑造着儿童的空间认知。因此,学校教育需要与家庭、社会形成合力,共同为儿童营造一个有利于空间观念发展的、内容丰富且充满支持的成长环境,三者协同作用,方能最有效地促进儿童空间素养的全面发展。

第二节 几何直观能力的培养

几何直观作为小学数学核心素养的重要组成部分,绝非与生俱来的天赋,而是在系统化、科学化的教学活动中,需要长期、持续不断地培养。几何直观能力的培养贯穿于数学学习的全过程,对于学生理解数学概念、发展空间观念、提升解决问题能力具有不可替代的价值。本节将深入探讨几何直观的内在价值、关键教学策略,以及在解决实际问题中的具体应用,希望能为一线教师提供一套清晰、可操作的实践路径。

一、几何直观的内涵与价值

理解几何直观的本质,是有效培养这项能力的前提。它不仅是一种借助图形进行观察和想象的感知能力,更是一种重要的数学思想方法,深刻影响着学生对数学知识的理解深度和广度,是连接具象感知与抽象思维的桥梁。本部分将从概念、作用以及与相关概念的辨析三个维度,系统阐述其核心价值。

(一) 几何直观的概念界定

几何直观,主要是指利用图形描述和分析问题的能力。它是一种通过图形对数学对象及其关系进行直接的、整体性的感知、想象、分析和把握的思维活动。

这种能力的核心在于“直观”，即不完全依赖于严谨的逻辑推理和繁琐的计算，而是借助视觉系统快速捕捉和加工图形信息，从而洞察问题的本质。在小学数学阶段，几何直观表现为学生能够从现实世界中抽象出几何图形，通过观察、操作和想象，感知图形的特征与变换，理解图形所蕴含的数量关系。例如，看到一个不规则的组合图形，能迅速地在头脑中将其分割或补全成若干个熟悉的规则图形，这就是几何直观在发挥作用。它并非简单的“看”，而是包含了丰富想象和深刻思考的“看见”，是一种内化于心的数学洞察力。培养几何直观，就是帮助学生建立起从“形”的感知到“数”的理解，再到解决问题的思维习惯。

（二）几何直观与空间观念的联系与区别

在小学数学教育中，几何直观与空间观念是两个紧密相关但又有所区别的核心概念。准确辨析二者的关系，对于有效开展几何教学、促进学生核心素养的全面发展具有重要意义。

它们的联系十分紧密，可以说几何直观是空间观念形成和发展的重要组成部分和外在表现。空间观念是指个体对现实世界中物体形状、大小、位置关系及其变换的感知和理解，是一种更为综合和内化的认知结构。而几何直观能力的培养，正是通过对各种图形的观察、操作、想象和分析，来不断丰富和深化这种认知结构。一个具有良好几何直观能力的学生，通常也具备较强的空间观念。反之，空间观念的发展也为几何直观提供了坚实的认知基础。

尽管二者紧密相连，但它们的侧重点和范畴仍存在明显区别，核心差异可见下表：

几何直观与空间观念核心对比表

维度	几何直观	空间观念
范畴广度	更聚焦于数学领域，特指利用数学图形（点、线、面、体）描述和分析问题的能力。	范畴更为宽广，涵盖对三维世界中所有空间属性的感知与理解，更偏向于对现实空间的理解。
思维侧重	强调“直观”二字，突出的是一种迅速、直接的洞察力，是通过图形快速把握问题关系和本质的思维捷径。	强调“观念”二字，它是一种相对稳定、内化于头脑中的认知框架和能力，是进行空间想象、推理的基础。
作用层面	更多地在解决具体的数学问题时发挥工具性作用，是一种灵活应用的解题策略。	是一种更为基础和底层的素养，它不仅影响数学学习，也渗透在地理、物理、美术乃至日常生活的方方面面。

如上表列出的核心对比,几何直观与空间观念的主要差异体现在:

1. 范畴的广度不同。空间观念的范畴更为宽广,它涵盖了对三维物理世界中物体方位、距离、运动等所有空间属性的感知与表征。几何直观则更加聚焦于数学领域,是利用数学图形来描述和分析数学问题的能力,是数学化的空间思维。
2. 思维的侧重不同。几何直观突出的是一种迅速、直接的洞察力。空间观念则更强调是一种相对稳定、内化于头脑中的认知框架和能力。
3. 作用的层面不同。几何直观更多地在解决具体的数学问题时发挥工具性作用。空间观念则是一种更为基础和底层的素养,是综合认知能力的一部分。

二、培养几何直观的教学策略

几何直观能力的培养不能依赖于知识的简单灌输,必须通过精心设计的教学活动来实现。教师需要扮演引导者和组织者的角色,为学生创设丰富的感知、操作和体验机会,让直观能力的生成“水到渠成”。这要求教学策略必须根植于儿童的认知特点,从具体到抽象,由动手到动脑,层层递进。

(一) 重视实物观察与模型操作

学生的思维发展,特别是低年级学生,遵循从具体形象思维向抽象逻辑思维过渡的规律。因此,几何直观的培养必须始于对真实世界和具体事物的感知。

教学应紧密联系学生的生活实际。引导学生观察生活中的物体,如建筑物、家具、文具盒等,让他们在熟悉的场景中发现和感知长方体、正方体、圆柱和球等几何体,建立数学与生活的自然连接。

要充分发挥学具和模型的作用。几何模型是抽象几何知识的“物化”形态。让学生亲手触摸、拼搭、旋转和拆解积木、七巧板、长方体框架等学具,是通过多感官通道输入信息,构建空间表象最有效的方式。

教师的角色是关键引导者。在学生观察和操作的过程中,教师应提出具有启发性的问题,如“摸上去有什么感觉?”“它有几个面?这些面是什么形状?”“转动一下,你看到了什么变化?”,鼓励学生用自己的语言描述发现,将动手操作的外部活动逐步内化为头脑中的思维活动。

(二) 加强图形的识别与分解

图形的识别、分解与组合是发展几何直观能力的核心环节。这项策略旨在引导学生超越对单个图形的简单认知,学会在复杂的视觉信息中进行分析 and 重构,



这对于后续学习面积、体积以及进行几何证明都至关重要。

一方面，要加强对基本图形的识别训练。这种训练不应局限于课本上标准的图形，更应扩展到各种变式图形和组合图形中。例如，在认识三角形时，要呈现锐角、钝角、直角等不同类型的三角形，以及不同方向摆放的三角形，帮助学生抓住“三条边围成”的本质特征。教师可以设计“图形寻宝”等游戏，让学生在复杂的图案中快速找出所有的长方形或平行四边形，锻炼其图形辨识的敏锐性。

另一方面，要着重培养图形的分解与组合能力。这是更高层次的几何直观能力，是解决不规则图形面积计算等问题的基础。例如，在推导梯形面积公式时，可以让学生动手将两个完全相同的梯形拼成一个平行四边形，或者将一个梯形分割成一个平行四边形和一个三角形。这种“割”与“补”的操作过程，让学生直观地看到图形之间的内在联系，深刻理解面积公式的由来，而不是死记硬背。通过大量的分解与组合练习，学生能够形成一种灵活的思维习惯，看到一个复杂的图形时，会习惯性地思考如何将其转化为简单图形的组合。

（三）鼓励学生动手画图

画图是表达思想的工具，更是促进思维发展的过程。在小学数学中，鼓励学生动手画图，是培养几何直观能力一种极其有效且易于实施的策略。画图的过程，本质上是学生将头脑中的表象、概念和关系进行“可视化”输出的过程。

画图能够深化学生对几何概念的理解。当学生尝试画一个平行四边形时，他必须思考对边要平行且相等；当他画一个指定半径的圆时，他会真切地体会到圆上所有点到圆心的距离都相等。这个将内部语言和思维转化为外部图形的过程，是对知识的一次再加工和再创造，远比单纯的语言描述更为深刻。

画图能力的培养应遵循由易到难、由模仿到创造的顺序。初始阶段，可以要求学生模仿画出简单的几何图形；接着，可以让他们根据语言描述来画图，如“画一个长4厘米、宽2厘米的长方形”；更高层次的要求是，根据应用题的题意画出示意图。将画图作为一种常规的学习习惯，鼓励学生无论是几何问题还是数量关系问题，都先“动笔画一画”。

教师应鼓励学生大胆地画，不必过分苛求图形的精确度，尤其是用于分析问题的草图，其价值在于清晰地表达思路。徒手画作为一种快速思考的工具，其重要性不亚于使用尺规的精确作图。让画图成为学生数学工具箱里一件得心应手的工具，他们的几何直观乃至整个数学思维都将受益匪浅。

三、几何直观在解决问题中的应用

几何直观的最终价值体现在其解决问题的能力上。当学生面对复杂的数学问题时,强大的几何直观能够帮助他们拨开文字和数字的迷雾,直击问题的核心与本质。这种“看见”数学关系的能力,是区分学生是机械地套用公式还是能够灵活地创造性解决问题的关键。

(一) 借助图形理解题意

许多数学问题,特别是内容较为抽象或关系复杂的应用题,仅通过阅读文字很难在头脑中建立清晰的联系。此时,将文字信息转化为图形语言,是一种极其重要的解题策略。图形以其简洁、直观的特点,能帮助学生迅速梳理信息,准确把握问题中的各个元素及其相互关系。

对于行程问题,画一条简单的线段图,标出起点、终点、相遇点以及各个运动主体的方向和速度,整个过程便一目了然,可以有效避免学生在判断路程关系时出现混淆。对于集合问题,利用韦恩图可以清晰地表示出各个集合之间的包含、相交关系,使原本复杂的逻辑问题变得简单明了。将抽象的题目条件转化为直观的图形,这个过程本身就是一次对题意的深度分析和重构,为后续的计算扫清了障碍,是培养学生审题能力和分析能力的有效途径。

(二) 利用图形分析数量关系

图形不仅能呈现几何关系,更是分析抽象数量关系的有力武器。在小学数学中,“数形结合”思想的一个典型体现就是利用图形来揭示数量之间的内在联系,其中最具代表性的就是线段图的应用。面对分数、百分数、倍数、和差等应用题时,很多学生感到困难,其根本原因在于对题目中的数量关系理解不清。线段图恰好可以将这些看不见、摸不着的数量关系,通过线段的长短、倍数、份数等直观属性清晰地展现出来。对于和差问题,画两条长短不一的线段分别代表两个数,它们的总长与长度之差直观可见,学生很容易理解为何用“(和+差) $\div$ 2”求大数。对于分数应用题,将单位“1”画为一条标准线段,再根据题意在图上标出对应的分率和数量,哪个量与哪个分率对应,一目了然,学生能够准确找到解题的突破口。这种化“数”为“形”的策略,将复杂的算术或代数推理过程,转化为对图形的观察和分析,极大地降低了思维的难度,帮助学生建立起解决复杂数量关系问题的模型思想。



（三）通过图形探寻解题思路

在解决一些非常规或具有挑战性的数学问题时，解题思路并非显而易见。此时，几何直观能够扮演“探路者”的角色，通过画图、操作图形来进行视觉化的探索和尝试，从而激发灵感，发现解题的路径。这种应用超越了对题意的简单图解，进入了创造性思维的层面。

例如，在计算一个不规则图形的面积时，学生首先会面对无公式可用的困境。这时，具备良好几何直观能力的学生会主动在图上进行“实验”，尝试用“割补法”将原图形分割、平移、旋转、拼接，最终转化成一个或几个自己熟悉的规则图形（如长方形、三角形）。在这个动态的“玩”图形的过程中，潜在的解题思路便可能豁然开朗。同样，在解决一些涉及最优化的路线问题或“一笔画”问题时，画出示意图进行尝试和标记，是寻找规律、得出结论最直接的方法。这种通过图形进行的探究活动，不仅能帮助学生找到问题的答案，更重要的是让他们体验到数学发现的乐趣，培养了他们不怕困难、勇于探索的科学精神和创新意识。

第三节 空间想象力的训练方法

空间想象力是小学数学核心素养的重要组成部分，其核心在于在头脑中构建、操作和感知几何图形的能力。这种能力并非天生自带，而需要通过系统、科学的训练方法加以培养和提升。有效的训练能够帮助学生突破既有的思维定式，建立起从平面到立体、从静态到动态的认知桥梁，为他们后续的数学深造乃至其他学科的发展奠定坚实基础。

一、空间想象力的层次与类型

空间想象力的发展具有明显的层次性和多样性，这一能力涵盖了从简单到复杂、从具体到抽象的多种思维活动。理解这些层次与类型，是设计和实施有效教学活动的前提。教师需要有针对性地引导学生，逐步提升他们在头脑中对空间形式进行观察、分析、抽象和变换的能力，以构建起一个完整且灵活的立体认知框架。

（一）从二维到三维的转换

从二维到三维的转换是空间想象力发展的核心环节，也是小学生学习几何知

识时面临的第一个重要挑战。这一层次的能力要求学生能够根据平面图形,想象出其所构成的立体形态。例如,通过观察一个正方体的平面展开图,学生需要在头脑中模拟折叠过程,最终形成一个封闭的、完整的正方体形象。这个过程绝非简单的图形辨认,而是一种深度的空间思维建构。

为了有效训练这种转换能力,教学活动应注重直观操作与心理想象的有机结合。教师可以引导学生亲手制作几何体的模型,通过触摸、观察、拼接等活动,积累丰富的感性经验。在学习长方体和正方体时,让学生先将实物包装盒拆开,观察其展开图的样式;反之,再提供不同的展开图,让学生判断哪些能够折叠成相应的几何体。通过这种“实物—平面—实物”的循环训练,学生能够逐步内化二维图形与三维实体之间的对应关系,最终脱离实物,仅凭视觉信息就能在脑海中完成空间建构。

(二) 从静态到动态的想象

空间想象力的另一个重要层次是从静态到动态的想象,即在头脑中模拟物体的运动和变化过程。这要求学生不仅能感知物体的静态结构,更能预见其在平移、旋转、翻折等运动后产生的位置、方向或形态变化。例如,想象一个齿轮转动时,另一个与之啮合的齿轮会如何运动;或者想象一个图形绕某条轴线旋转一周后会形成怎样的几何体。这种能力对于理解几何变换、函数图像运动等知识至关重要。

培养动态想象能力,其核心在于引导学生在头脑中进行“动画式”的虚拟演示。教学中可以从简单的平移和旋转入手,让学生预测物体移动后的位置。例如,在方格纸上将一个三角形向右平移5格,向上平移3格,学生需要先在头脑中进行虚拟操作,再落笔画出结果。对于旋转,可以利用钟表指针、风车等生活实例,让学生描述其运动轨迹和方向。随着能力的提升,可以引入更复杂的组合运动,如一个正方体在地面上连续翻滚,学生需要追踪并判断其每个面的朝向变化。通过这类活动,学生的思维将从固定的、静止的画面,转向连续的、流动的过程,空间想象力也因此变得更加灵活和富有创造性。

(三) 从具体到抽象的构想

从具体到抽象的构想是空间想象力发展的最高层次。它要求学生摆脱对具体物象的依赖,能够在大脑中处理纯粹的、抽象的几何概念,如点、线、面之间的位置关系,以及它们构成的无限空间。学生需要理解“点动成线,线动成面,面动成体”的生成过程,并能想象在三维空间中两条异面直线的位置关系,或者一



个平面截切一个几何体后得到的截面形状。

这一层次的训练需要更多的逻辑推理和抽象思维参与。教师应引导学生从可触摸的实体模型逐步过渡到符号化的几何语言。例如，在讨论长方体的点、线、面关系时，可以先用实物模型进行指认和描述，然后引导学生用字母标记顶点，用线段表示棱，用平面图形代表面，最终脱离模型，仅通过符号和定义来推理它们之间的平行、垂直等关系。同时，鼓励学生用语言清晰地描述自己的空间构想过程，如“我想象有一把刀，垂直于底面切过圆锥的顶点，那么切开后看到的形状应该是一个等腰三角形”。这种将脑海中的图像“翻译”成语言的“语言化”过程，能够极大地促进抽象空间思维的深化和精确化。

理解了空间想象力的这三个发展层次，教师便能更有针对性地设计教学内容，促进学生思维的全面发展。关于空间想象力发展的层次与特征，可见下表所示。

空间想象力发展层次与特征表

层次	核心能力要求	关键思维活动	典型应用示例
二维到三维的转换	根据平面图构建立体形态	模拟折叠、结构建构	正方体展开图还原
静态到动态的想象	预见物体运动和变化过程	几何变换、轨迹追踪	齿轮啮合、图形平移
具体到抽象的构想	处理抽象的几何概念与关系	逻辑推理、符号化描述	异面直线、几何体截面

二、空间想象力的专项训练

在明确了空间想象力的层次划分后，我们便可以针对性地设计一系列专项训练，以帮助学生将这些能力从理论转化为实操技能。为了系统性地提升学生的空间想象力，教学实践中可以设计一系列具有明确目标的专项训练。这些训练方法针对空间想象的不同方面，通过大量的重复性练习和变式探究，帮助学生熟练掌握特定的空间思维技能，并将这些技能内化为一种稳定的数学能力，从而有效地解决几何问题。

（一）“看图想体”训练

“看图想体”训练是培养学生由二维视图构建三维实体能力的基础方法。它要求学生根据物体的一个或多个视图（如三视图或直观图），在头脑中还原出物体的完整形态。这种训练直接关联到学生对空间几何体的结构理解，是发展空间

想象力的核心练习之一。通过这种训练，学生能够学会如何解读和整合不同视角的信息，形成对物体的全面认知。

训练初期，可以从简单的几何组合体入手。例如，提供由几个相同小正方体搭建的物体的直观图，让学生思考并说出或用积木搭出这个物体。教师可以提问：“这个物体最少需要几个小正方体？最多可能有多少个？”这类问题能激发学生从不同角度思考物体内部可能存在的、被遮挡的部分。接着，可以增加难度，引入三视图（主视图、俯视图、左视图），让学生根据这三个平面的信息，综合判断出立体的结构。例如，根据一个物体的三视图，判断出它是由哪些基本几何体组合而成的，或者计算出它的体积和表面积。这种从局部信息到整体构造的思维过程，是提升空间想象力的关键。这种训练不仅能有效锻炼学生的逆向思维，更培养了他们精准的空间分析能力。在反复的“看图想体”过程中，学生大脑中关于视图与实体之间的联系会越来越紧密，最终能够做到快速、准确地在二维与三维之间进行切换，为解决更复杂的几何问题打下坚实的基础。

（二）“折纸与展开”训练

“折纸与展开”是一种极具操作性的训练方法，它能有效地帮助学生理解平面图形与立体图形之间的转换关系。通过亲手折叠和展开，学生能够直观地感受到“面”如何围成“体”，以及“体”如何摊平成“面”。这种手脑并用的活动极大地降低了空间想象的抽象难度，使整个学习过程变得更为生动有趣且具体可感。

此项训练可以设计成多种形式的活动：

1. 判断与制作：给学生提供多种平面图形，让他们判断哪些是正方体或长方体的展开图。对于正确的展开图，学生可以动手剪下来并尝试折叠，验证自己的判断。这个过程能帮助他们总结出不同类型展开图的共同特征，例如“6个正方形，中间有4个成一排，两边各一个”的“1-4-1”型结构。

2. 想象与绘制：给学生一个封闭的几何体（如牙膏盒），让他们先在头脑中构思如何沿着某些棱剪开，可以将其完全展开成一个平面图形，然后动手操作并画出展开图。进阶的训练是，在几何体的某个表面画上特定标记，让学生预测这个标记在展开图中的位置和方向。

3. 最短路径问题：在一个长方体模型上，标出两个不在同一平面上的点（如一只蚂蚁所在的位置和一块食物所在的位置），让学生思考蚂蚁在长方体表面爬



行的最短路径是什么。解决这个问题的关键，就是将长方体的相关侧面展开到同一个平面上，然后连接两点成一条直线。这种问题情境极大地激发了学生运用展开思想解决实际问题的积极性。

（三）“视图与还原”训练

“视图与还原”是“看图想体”训练的延伸和深化，它更侧重于正投影原理的理解和应用，即三视图的绘制与还原。这项训练要求学生既能从给定的几何体画出其主视图、俯视图和左视图，又能根据这三个视图反向构建出几何体的空间形态。这是工程制图等领域的基础技能，也是对空间想象力进行精确化、规范化训练的有效途径。

训练的第一步是“由体画图”。教师应引导学生明确观察方向：从前向后看得到主视图，从上向下看得到俯视图，从左向右看得到左视图。关键是让学生理解“长对正，高平齐，宽相等”的投影规则。通过大量练习，学生能准确地将三维物体的信息反映在二维平面上。例如，对于一个放置的圆锥，学生需要知道其主视图和左视图是等腰三角形，而俯视图是带圆心的圆。

训练的第二步，也是更具挑战性的一步，是“由图想体”。学生需要整合三个视图提供的信息，在头脑中进行空间定位和形态合成。俯视图确定了物体的“地基”和前后、左右的位置关系；主视图揭示了物体的高度和左右的轮廓；左视图则展现了物体的高度和前后的轮廓。教学中可以通过“搭积木”的游戏来进行，教师给出由小正方体组成物体的三视图，让学生用实物积木搭建出来，这能将抽象的思维过程变得具体化、可验证。

三、利用现代技术辅助空间想象

随着信息技术与教育的深度融合，各种现代技术手段为培养小学生的空间想象力提供了前所未有的支持。这些技术通过动态、直观、可交互的方式，将抽象的几何知识生动地呈现出来，极大地弥补了传统教学方式的不足，能够有效激发学生的学习兴趣，突破思维难点。

（一）几何画板的动态演示

几何画板作为一款经典的动态几何软件，为空间想象力的培养提供了强大的技术支持。它能够将静态的几何图形“激活”，通过拖动、旋转、变形等交互操作，直观地展示图形的性质和变换过程。这种动态的可视化呈现，有效减轻了学

生在头脑中进行复杂空间变换时的认知负担，帮助他们建立起直观的动态想象。

在教学中，教师可以利用几何画板进行多种演示。例如，在讲解“圆的面积公式”时，可以通过动画将一个圆分割成无数个小扇形，然后拼接成一个近似的长方形，让学生在动态变化中直观理解“化曲为直”的转化思想。在讲解“点动成线，线动成面，面动成体”时，软件可以清晰地演示出一个点移动形成线段，一条线段平移或旋转形成平面图形，一个平面图形运动形成立体图形的全过程。对于三维空间的旋转体，如由一个直角三角形绕其直角边旋转一周生成圆锥，几何画板的三维版本或类似软件能够完美呈现这一动态生成过程，使学生获得身临其境的感受。

（二）3D 打印技术的实体呈现

3D 打印技术将数字模型直接转化为可触摸的物理实体，为空间想象力的培养提供了一种从虚拟到现实的桥梁。它解决了传统教学中教具种类有限、制作困难的问题，能够快速、精确地制作出各种复杂的几何模型，甚至可以将学生自己设计的抽象图形变为现实。这种“所思即所得”的直观体验，极大地激发了学生的创造力和探究欲望。

在几何教学中，3D 打印的应用极具价值。当学习到一些结构复杂的几何体，如图形内部有孔洞或由多个部分嵌套组成时，传统的视图很难完全表达其内部结构。利用 3D 打印技术，可以将这些模型直接打印出来，学生可以通过拆解、拼接、触摸和观察，从任意角度探究其空间构造，深刻理解其点、线、面的组合关系。在进行“视图与还原”训练时，学生可以先根据三视图在建模软件中设计出三维模型，然后通过 3D 打印机将其打印出来，与自己的空间构想进行比对和验证。这个过程完整地覆盖了从二维到三维、从构想到实体的全过程，形成了一个高效的认知闭环。

（三）虚拟现实技术的沉浸式体验

虚拟现实技术通过构建一个完全沉浸式的三维虚拟环境，为空间想象力的培养提供了终极的解决方案。学生戴上 VR 设备后，仿佛置身于一个由几何图形构成的虚拟世界中，他们可以“走进”几何体的内部，用“手”去抓取、旋转、缩放这些虚拟物体，从第一人称视角体验空间关系。这种前所未有的沉浸感和交互性，使得抽象的几何概念变得无比真实和直观。

在 VR 环境中，学生可以围绕一个复杂的组合体行走，观察它在不同角度下



的形态变化；可以亲手将一个正方体的展开图折叠成立方体，感受每个面的连接过程；甚至可以在虚拟空间中“飞行”，去探索无限延伸的直线和平面的关系。例如，为了理解两条异面直线“既不平行也不相交”的定义，学生可以在 VR 世界里飞到任意位置，从不同视角观察这两条直线，从而深刻理解其空间状态。这种身临其境、完全交互的学习体验，是传统教学方式难以企及的最高境界。

第四节 空间观念的教学实践

空间观念是数学核心素养的重要基石，它的培育深入渗透在小学数学教育的每一个环节。它不是孤立的知识点，而是涵盖了学生对物体形状、大小、位置关系以及其变换过程的感知、理解和应用能力。为了更系统地阐述这一过程，本节将聚焦于“图形的认识”“图形的测量”与“图形的运动”这三大核心板块，详细探讨如何在教学实践中，循序渐进地引导学生构建和深化空间观念。这三大板块的教学目标、实践要点和核心思想，可见下表列出的空间观念教学核心板块与实践要点表：

空间观念教学核心板块与实践要点表

核心板块	教学目标 / 发展阶段	关键实践活动	核心数学思想
图形的认识	从直观到抽象，理解几何图形的本质特征与关系（低年级至高年级）	触摸分类、描摹压印、特征比较、绘制关系图	抽象与概括、分类与系统化
图形的测量	建立量感，掌握度量方法，理解长度、面积、体积概念（中年级）	非标准单位测量、数方格、量杯实验、公式剪拼推导	量化、统一单位、转化与推理
图形的运动	培养动态空间想象力，感知图形的位置变换（中年级至高年级）	实例观察、方格纸操作、折纸剪纸、图案设计	运动与变化、不变性（形状大小）

一、“图形的认识”教学实践

图形的认识是发展学生空间观念的起点。教学设计必须紧密贴合学生的年龄特征和认知规律，遵循“从直观到抽象，从具体到概括”的路径，一步步引导学生深入探索和理解几何世界。这个过程始于对日常生活中物体的直观感知，最终要达到对图形本质特征和相互关系的理性把握。

（一）低年级立体图形的认识

在小学低年级，学生的思维以具体形象思维为主，他们对世界的认知更多地依赖于直接的触摸、观察和操作。因此，立体图形的教学应充分利用这一特点，将数学知识与学生的现实生活和游戏活动紧密结合起来。教学起始阶段，不应直接呈现抽象的几何体模型，而应从学生熟悉的生活用品入手，如积木、魔方、罐头、皮球等。通过让学生触摸、分类、堆叠这些物品，初步感知长方体、正方体、圆柱和球体的基本形态特征。

教师可以设计“摸一摸、说一说”的活动，让学生在布袋中触摸不同的物体，并用自己的语言描述其感受，例如“方方正正的”“可以滚动的”“有平平的面”。这种非形式化的语言是学生建立几何直观的重要一步。接着，通过“找朋友”游戏，让学生将形状相同的物体归为一类，并逐步引入长方体、正方体等数学名称，从而完成从具体实物表象到抽象几何概念的第一次飞跃。

在建立了初步认知后，教学应引导学生关注立体图形的构成要素。例如，通过拆开一个长方体包装盒，学生可以直观地看到它是由多个平面图形（长方形）围成的，从而初步理解“面”是如何依附于“体”的。整个过程必须强调动手操作和亲身体验，让学生在“玩中学”，在操作中思考，潜移默化地建立起对三维空间物体的初步表象，为后续更深层次的空间学习奠定坚实基础。

（二）中年级平面图形的认识

进入中年级，学生的思维开始向抽象逻辑思维过渡，他们具备了更强的观察、比较和概括能力。平面图形的教学应在低年级认识立体图形的基础上展开，引导学生实现从三维到二维的认知深化。教学可以从观察立体图形的“面”开始，让学生通过描摹、压印等方式，从长方体、正方体、圆柱体等实物上获得长方形、正方形、圆形等平面图形，直观感受“面”与“体”的密切关系。

教学重点在于引导学生探索和掌握各种平面图形的本质特征。例如，在认识长方形时，教师可以组织学生进行折纸、测量等操作活动。通过对折，学生可以发现长方形对边相等；通过用量角器测量，可以发现它的四个角都是直角。在比较长方形和正方形的异同中，学生能够深刻理解正方形是一种特殊的长方形，即邻边也相等的长方形。对于三角形的教学，则可以鼓励学生用小棒搭一搭，探索构成三角形的条件，并通过分类活动认识锐角三角形、直角三角形和钝角三角形，理解其内角和的恒定规律。



（三）高年级图形的特征与关系

步入高年级，学生需要将对单个图形特征的认识，提升到对图形之间相互关系的探究，并初步形成几何推理能力。这一阶段的教学更加注重知识的系统性和逻辑性，引导学生构建完整的图形知识网络。

1. 深化图形分类与联系：教学活动应引导学生从更宏观的视角审视平面图形。例如，在学习了平行四边形、梯形、长方形和正方形后，可以组织学生讨论它们之间的内在联系与区别。通过绘制韦恩图或关系图，学生能够清晰地看到：长方形和正方形都是特殊的平行四边形，而正方形又是特殊的长方形。这种探究有助于学生理解图形概念的层次性和包容性，最终形成结构化的知识体系。

2. 探究图形的组合与分割：通过实践操作，让学生探索复杂图形是如何由基本图形构成的，或者一个基本图形可以分割成哪些新的图形。例如，让学生用七巧板拼凑指定的图案，或者思考如何将一个平行四边形剪拼成一个长方形。这类活动不仅能够加深学生对图形特征的理解，更能有效锻炼他们的空间想象力和解决问题的能力。

二、“图形的测量”教学实践

图形的测量是空间观念在量化层面的体现，它将对图形形状的定性认识与对大小的定量描述结合起来。教学过程应遵循从概念建立、单位统一到公式应用的认知规律，让学生在实践中深刻理解测量的本质，发展量感和推理能力。

（一）长度、面积、体积概念的建立

长度、面积、体积分别是对一维、二维、三维空间度量的描述，其概念的建立是测量教学的基石。教学应当遵循从感知到抽象的原则，创设丰富的实践活动，帮助学生建立清晰、稳固的量感。对于长度概念的建立，可以从比较物体的长短开始，引导学生使用非标准单位（如一拃长、一个铅笔盒长）进行测量，让他们在体验测量方法多样性和结果不统一的矛盾中，感悟统一测量单位的必要性。

面积概念的教学是学生空间认知从一维向二维的跨越。教师不应直接给出定义，而应创设问题情境，如“比较两张课本封面的大小”。学生可能会想到用叠放的方法，但这对于无法叠放的图形则无效。此时，可以引导学生使用统一的“小方格”去铺满待测量的表面，通过数方格的数量来比较大小。在这个过程中，学生亲身体验了“面”是可以被度量的，并直观地理解了面积的含义——即物体表

面或封闭图形的大小。

体积概念的建立则将学生的空间认知拓展到三维。教学可以从比较两个物体所占空间的大小入手。例如,通过将大小不同的石块放入装有水的相同量杯中,观察水面上升高度的不同,学生可以直观地感知到物体占据了空间,且占据的空间有大小之分。随后,通过用统一的小正方体去搭建不同的长方体,学生可以理解体积就是物体所占空间的大小,而计算小正方体的个数就是测量体积的过程。

这种借助非标准单位和具体操作的教学方法,有效地避免了学生对概念的机械式记忆。它鼓励学生在亲身体验和探索中,主动构建起对空间度量的直观理解和内在感知,为后续复杂的几何学习奠定坚实的基础。

(二) 测量单位的统一与换算

在学生体会到统一单位的必要性之后,教学的重点便转向对标准计量单位的认识和应用。单位的教学不应仅仅停留在单位名称和进率的记忆上,而应致力于帮助学生建立对每个单位实际大小的表象。例如,学习“1厘米”时,可以让学生找一找身边长度大约是1厘米的物体,如指甲盖的宽度;学习“1平方米”时,可以让学生合作画出边长为1米的正方形,并亲身站到里面去感受其大小。

单位换算是教学中的一个难点,其关键在于对进率的理解,而进率的本质源于维度和单位间的关系。教学时应引导学生通过推理来理解和记忆,而非死记硬背。比如,在探究面积单位的进率时,可以引导学生思考:边长为1分米的正方形,面积是1平方分米。因为1分米等于10厘米,所以这个正方形的边长也是10厘米,其面积就是 $10 \times 10 = 100$ 平方厘米。通过这样的推理,学生不仅得出了1平方分米=100平方厘米的结论,更理解了面积单位进率是长度单位进率的平方。同理,体积单位的进率也可以通过类似方式推导得出。

三、“图形的运动”教学实践

图形的运动是研究图形在空间中位置变化的几何内容,对于培养学生的动态空间想象能力和几何直观具有独特价值。教学实践应注重让学生在观察、操作和想象中,直观感知图形运动的现象与特征,并能运用这些特征解决问题,感受几何变换之美。

(一) 平移、旋转、轴对称的感知

对图形运动的初步感知应源于学生丰富的生活经验。教学的起始阶段,教师



应引导学生从身边寻找实例，如电梯的升降、推拉窗的移动是平移现象；钟摆的摆动、方向盘的转动是旋转现象；蝴蝶的翅膀、窗花剪纸则是轴对称的体现。通过大量的实例观察和交流，学生能够在头脑中形成对这三种基本图形运动的丰富表象。

接下来，动手操作是深化感知的关键环节。教师可以组织学生在方格纸上进行操作。例如，让学生将一个简单图形（如小船）按照指定的方向和格数进行平移；或者将一个三角形绕着一个顶点旋转指定的角度。对于轴对称，则可以通过折纸和剪纸活动来体验。学生在亲手操作中，能够更清晰地理解平移的方向和距离、旋转的中心和角度、对称轴等关键要素，直观地把握每种运动的基本特征。

（二）图形运动的特征与性质

在直观感知的基础上，中年级和高年级的教学需要引导学生对图形运动的特征和性质进行归纳与提炼，形成更为精确的数学认识。

1. 平移的性质：通过比较平移前后的图形，学生可以发现：平移只改变了图形的位置，而没有改变其形状和大小；连接各组对应点的线段是平行且相等的。对这个性质的理解，是学生能够在方格纸上准确作图的基础。

2. 旋转的性质：同样地，学生通过观察和操作会发现，旋转也不改变图形的形状和大小。图形上的每一点都绕着旋转中心转动了相同的角度，对应点到旋转中心的距离是相等的。

3. 轴对称的性质：通过折叠对称图形，学生可以验证对称轴两侧的图形能够完全重合。进一步，可以引导学生发现，对称轴是任意一对对应点所连线段的垂直平分线。

对这些性质的探究与总结，标志着学生对图形运动的认识从现象描述上升到了规律把握的层次，是其空间观念发展的重要一步。

（三）利用图形运动解决实际问题

学习图形运动的最终目的在于应用。教学中应创设多样的情境，引导学生运用平移、旋转和轴对称的知识来分析和解决问题，同时欣赏和创造美丽的图案。例如，教师可以展示生活中各种美丽的图案，如地板砖、墙纸、商标等，引导学生分析这些图案是如何通过一个基本图形经过平移、旋转或轴对称设计出来的。

在此基础上，可以鼓励学生亲自动手设计图案。让学生选择一个简单的图形作为“基本单元”，然后运用学过的变换方法，在纸上或电脑上创作一幅属于自己的美丽图案。这个过程不仅巩固了所学知识，更激发了学生的创造力和审美情趣。当学生真正学会用数学的视角去观察、理解并创造生活中的美时，他们的空间观念和数学综合素养便会潜移默化地得到全面提升。

第五章 数据分析能力的培育

随着信息时代的到来，数据已渗透到社会生活的方方面面。在小学数学教育中系统培育学生的数据分析能力，不仅是课程标准的核心要求，更是学生适应未来、解决实际问题的必备素养。本章将聚焦数据分析的基本过程，深入探讨如何在小学阶段有效培育学生的数据分析核心素养。

第一节 数据分析的基本过程

数据分析是一个包含收集、整理、描述、判断与预测的完整过程。引导学生亲身经历这一过程，是培养其数据意识和分析能力的基础，能让他们学会用严谨的数据进行阐释和论证。这个过程的每个环节都至关重要，环环相扣，共同构成数据处理与解读的完整闭环。

一、数据的收集与整理

数据分析始于获取原始数据。此阶段的核心是教学生如何根据研究问题，有目的地收集和组织信息，为后续分析奠定可靠的分析基础。这不仅是技能的学习，更是科学探究精神的启蒙，让学生理解所有结论都必须基于客观、可靠的证据。

（一）明确问题，确定数据需求

数据收集的首要任务是明确研究的问题。一个清晰、具体的问题是整个数据分析过程的航标，它决定了需要收集什么样的数据、收集多少以及数据的具体范畴。教师在教学中，应引导学生将生活中模糊的、宽泛的好奇心转化为可操作、可量化的数学问题。例如，将“我们班同学喜欢什么颜色”转化为“统计本班同学最喜欢的红、黄、蓝、绿四种颜色的具体人数”。

这个转化过程是培养数学抽象思维和构建模型意识的绝佳契机。学生需要思考，为了回答这个问题，他们具体需要知道哪些信息。是每个同学的名字和他喜欢的颜色，还是只需要统计最终的票数？数据的需求随着问题的明确而清晰化。



在这个阶段,教师可以组织学生进行小组讨论,通过提问、辩论的方式,共同确定研究边界,明确所需数据的具体指标,避免在收集过程中产生遗漏或收集大量无关信息,从而保证数据收集的效率和目的性。

确定数据需求也意味着要考虑数据的表现形式,是文字、数字还是其他形式。例如,在调查“同学们的上学方式”时,数据是“步行”“公交”“私家车”等文字类别;而在调查“同学们的身高”时,数据则是具体的数值。提前思考这一点,有助于学生后续选择合适的整理与分析方法,使整个探究过程更具条理性和科学性,从源头上保证了数据分析的质量。

(二) 选择合适的数据收集方法

在明确了数据需求之后,接下来的关键步骤是选择科学、可行的数据收集方法。不同的问题和场景需要采用不同的方法,教师应向学生介绍并指导他们实践多样化的数据收集途径,培养他们根据实际情况灵活选择最优方案的能力。在小学阶段,常见且易于操作的方法包括观察法、调查法、测量法和简单实验法等。

选择哪种方法,取决于问题的性质、研究对象的特点以及现实条件。例如,要了解“课间十分钟同学们主要在做什么活动”,最直观的方法是观察法;若想知道“大家对午餐的满意度”,则适合采用问卷调查法;而研究“一粒绿豆的发芽过程”,则需要通过持续的观察和测量实验来获取数据。教师应创设真实的问题情境,引导学生分析各种方法的优劣,并做出合理选择。这个过程能锻炼学生的决策能力和实践操作能力。

1. 观察与记录:适用于研究自然现象或特定场景下对象的行为。例如,记录一小时内通过学校门口不同类型车辆的数量,或者观察校园里不同植物的生长情况。

2. 问卷与访谈:适用于了解人们的观点、偏好或行为习惯。可以设计简单的选择题或开放性问题,通过发放问卷或进行一对一访谈来收集信息,如调查同学们的课外阅读兴趣。

3. 测量与实验:适用于获取精确的物理量或通过控制变量探究因果关系。例如,测量全班同学的身高体重,或者通过实验探究不同液体结冰的时间。

(三) 数据的分类、排序与分组

收集到的原始数据往往是杂乱无章的,就像一堆未整理的积木,无法直接看出任何有价值的信息。因此,必须对数据进行系统化的整理,使其变得有序、清

晰。分类、排序和分组是数据整理最基本也是最重要的三种手段，它们帮助我们揭示数据的内在结构和规律。

分类是根据数据的属性或特征将其划分为不同的类别。这是最基础的整理方式，适用于处理定性数据。例如，在收集了“同学们喜爱的水果”数据后，可以按照水果的种类（苹果、香蕉、草莓等）进行分类，并清点每个类别的数量。通过分类，原本零散的个体偏好就转化为了具有整体特征的类别信息，使我们能一眼看出哪种水果更受欢迎。

排序则是按照数据的大小、高低或先后等顺序进行排列。这种方法主要用于处理定量数据，通过排序可以直观地了解数据的位置关系和极端值。例如，将一次数学测验的全班成绩从高到低排列，可以迅速找到最高分、最低分以及处于中间位置的成绩。排序为后续计算中位数、确定范围等提供了便利，是对数据进行初步感知的重要步骤。

当数据量较大时，逐一列出或排序会显得非常繁琐，此时分组就成为一种高效的整理策略。分组是将一系列数据按照一定的范围划分成若干个小组，然后统计每个小组内的数据个数，即频数。例如，在分析全校学生的身高数据时，可以将身高范围划分为“120-129 厘米”“130-139 厘米”等若干组别。这样做不仅简化了数据，还能更好地揭示数据的整体分布态势，为制作频数分布表和直方图打下基础。

二、数据的描述与分析

收集和整理好的数据需要通过恰当的方式进行呈现和解读，才能真正发挥其价值。数据的描述与分析是数据分析过程的核心环节，它旨在将抽象的数据转化为直观的视觉信息，并从中发现规律、提取结论，培养学生的数据阅读与初步解读能力。

（一）选择合适的统计图表

统计图表是数据可视化的主要工具，它能够将复杂的数据关系以简洁、直观的形式展现出来，帮助人们快速理解数据所蕴含的信息。在小学阶段，学生需要掌握的主要是条形统计图、折线统计图和扇形统计图。教学的关键在于引导学生理解不同图表的特点及其适用的场景，并能根据所要表达的主题选择最合适的图表类型。常见统计图表功能与适用场景可见下表：

常见统计图表功能与适用场景表

统计图表	主要功能	适用场景	核心特点
条形统计图	比较各类别数量的多少	对比离散数据（如人数、物品数量）	直观、易于比较大小
折线统计图	反映数据随时间变化的趋势	跟踪连续数据（如气温、销售额）	强调变化率和增减趋势
扇形统计图	表示部分占总体的比例	展示数据结构和构成（如比例、百分比）	清晰展示结构性信息

条形统计图善于清晰地展示各个项目数量的多少，便于进行直接比较。例如，在比较班级里不同兴趣小组的人数时，使用条形统计图可以一目了然地看出哪个小组人数最多，哪个最少。折线统计图则更侧重于反映数据随时间或某一连续变量变化的趋势。要展示一周内气温的变化情况，或者一个学生一学期内历次考试成绩的进步轨迹，折线统计图能够直观地呈现增减变化，是最佳选择之一。扇形统计图的主要功能是表示部分与整体之间的关系，即各个部分占总体的百分比。当需要说明班级男女生比例，或者家庭各项支出占总收入的构成时，扇形统计图能够非常形象地传达出结构性信息。因此，教会学生在面对具体数据时，首先思考“我想用数据说明什么”，然后据此选择最能有效传达意图的统计图，是培养其数据表达能力的重要一步。

（二）从图表中读取信息

将数据制作成统计图表只是第一步，更重要的是要能够准确、全面地从图表中读取信息。这要求学生具备细致的观察能力和对图表构成要素的理解。教学中应引导学生按照一定的顺序和方法去“阅读”图表，而不仅仅是看个大概。一张完整的统计图通常包括标题、图例、坐标轴（及其单位）和数据本身。

学生首先应该关注图表的标题，标题揭示了这张图所反映的主题。接着，要看清楚坐标轴代表的意义和单位，例如，横轴代表月份，纵轴代表降水量（单位：毫米）。对于扇形统计图，则需理解不同颜色的扇面分别代表哪个部分。在掌握了这些基本要素后，才能开始读取具体的数据信息，包括找出最大值、最小值，比较不同项目之间的差异，或者描述变化趋势。例如，从条形统计图中读出“喜欢苹果的人数是 20 人”，从折线统计图中读出“五月份的销量最高”，从扇形统计图中读出“超过一半的同学选择步行上学”。教师可以通过设计一系列有层次的问题，由浅入深地引导学生从图表中挖掘显性信息和隐性信息，逐步提升他们的数据阅读素养。

从图表中读取信息，不仅仅是读出几个孤立的数字，更重要的是要能将这些数字联系起来，进行简单的比较和整合，形成对数据所反映现象的初步认识。例如，不仅要读出 A 产品和 B 产品的销量分别是多少，还要能计算出它们之间的差值，或者描述出“A 产品的销量大约是 B 产品的两倍”。这种从整体到局部，再由局部到整体的反复审视，是培养学生严谨、细致的分析习惯的关键环节，帮助他们从数据中看到事实。

三、数据的判断与预测

数据分析的最终目的并不仅仅是描述过去和现在，更重要的是基于此对未来进行科学的判断和预测，从而为决策提供支持。这一环节是数据素养的升华，它要求学生具备一定的逻辑推理能力和批判性思维，能够透过数据的表象，做出合理的推断，并认识到数据分析的局限性。

（一）基于数据的合理推断

从数据中获取直接信息是基础，而基于这些信息做出合理的推断则是更高层次的思维活动。推断是在已有事实的基础上，结合逻辑和经验，得出某种可能性的结论。教师需要引导学生明确区分“事实”与“推断”。例如，“班级里喜欢篮球的人数最多”是一个可以从图表中直接读出的事实，而“篮球是全校最受欢迎的运动”则是一个推断，它可能正确，也可能不正确。

进行合理推断的关键在于证据的充分性和代表性。教学中，可以通过设计一些开放性问题来锻炼学生的推断能力。例如，在分析了班级图书角的借阅数据后，可以提问：“根据这个数据，你觉得下学期我们应该多采购哪类书籍？为什么？”学生的回答就是一种基于数据的推断。教师应引导他们说明自己推断的依据，并思考这个推断的可靠性。例如，仅仅依据一个班级的数据来为全校采购图书是否合适？样本的规模和代表性是决定推断是否合理的重要因素。

通过这样的训练，学生能够逐渐理解，数据本身是客观的，但基于数据的解读和推断却带有主观性。他们会学会在发表观点时使用“可能”“大多数”“倾向于”等带有不确定性色彩的词语，表达的观点既有数据支撑，又不失科学的严谨性。这不仅是数学能力的培养，更是科学精神和批判性思维的塑造。

（二）识别数据的偶然性与必然性

在数据分析的世界里，并非所有现象都具有稳定的规律。学生需要理解，数



据中既包含着必然发生的规律性，也夹杂着偶然出现的随机性。能够初步识别和区分这两种情况，是避免被数据误导、做出科学判断的重要能力。教师可以通过一些生动有趣的活动，帮助学生建立起“偶然”与“必然”的概念。

例如，投掷一枚硬币，结果是正面还是反面，这是偶然的；但如果投掷成百上千次，正面和反面出现的次数会越来越接近一半，这背后就蕴含着概率的必然规律。同样，天气预报说“明天降水概率 80%”，这意味着下雨的可能性很大（一种趋势上的必然），但具体到某个人出门时是否真的下雨，则带有偶然性。在教学中，可以引导学生分析生活中的数据现象，哪些是随机波动，哪些反映了本质规律。某家商店一天的销售额可能会因为天气原因偶然下降，但如果连续几个月销售额持续下滑，这就可能反映了某种经营上的必然问题。培养这种辨别能力，能让学生在看待数据时更加冷静和深刻，不会因为个别的、偶然的数据波动而轻易下结论，从而做出更为理性的判断。

（三）利用数据进行简单预测

预测是数据分析最具魅力的应用之一，它体现了数据洞察未来的力量。在小学阶段，预测主要是指基于已有的数据规律，对未来的发展趋势进行简单的、定性的推测。这种预测并非凭空想象，而是建立在数据趋势的延伸之上，是逻辑推理的自然结果。

最适合进行预测教学的工具是折线统计图。当学生观察到一张反映植物生长高度的折线统计图呈现稳步上升的趋势时，教师可以引导他们思考：“按照这个趋势，下一周这棵植物大概会长到多高？”学生可以通过观察线条的“斜率”，或者计算近期的平均增长量，来给出一个有理有据的预测值。这个过程让学生体验到数学模型在预测未来方面的应用价值。

当然，教学中必须强调预测的“不确定性”。所有基于历史数据的预测都建立在一个基本假设上，即“未来的趋势会延续过去”。但现实世界充满变化，任何意外事件都可能打破原有的规律。因此，要让学生明白，数据预测提供的是一种“最大的可能性”，而不是一个“绝对精准的答案”。

通过这样的活动，学生不仅学会了如何利用数据进行思考，更重要的是建立了一种发展的、联系的观点看问题的思维方式。他们会将数据分析视为一个动态的过程，从回顾过去、理解现在，到展望未来，从而真正将数据作为自己认识世界、解决问题的有力工具。

第二节 统计观念的建立

在小学数学教育的整体框架中，统计观念的建立远不止于知识点的传授，它更代表着一种思维方式的革新。它是引导学生从具体经验迈向数据世界，学会用数据来思考和解决问题的关键一步。统计观念作为数学核心素养的重要组成部分，其培育过程深刻地影响着学生逻辑思维、问题解决和批判性创新能力的全面发展，是连接数学与现实生活的坚实桥梁。

一、统计观念的内涵与核心

统计观念的构建是一个循序渐进且意义深远的过程。它要求学生超越简单的数字计算，开始理解数据背后所蕴含的丰富信息，并能够运用统计思维去观察世界、分析现象，最终形成理性的决策判断。

（一）统计观念的定义

统计观念，本质上是一种关键的数据素养。它指的是个体在面对现实世界中充满不确定性的现象时，能够主动、有意识地运用数据来思考和解决问题的思维倾向与综合能力。它并非单一的技能，而是一个综合性的素养体系，涵盖了从数据中感知信息、理解数据变异性、利用数据进行推断和预测，直到最终形成尊重事实、依据数据说话的科学态度。在小学阶段，统计观念的培养更侧重于启蒙和体验，让学生认识到数据并非孤立的数字，而是对现实世界某种特征的量化描述，是进行有效沟通、解释和决策的有力工具。

具体而言，这种观念体现在学生能够认识到在许多现实情境中，解决问题需要依赖数据的收集与分析。例如，在决定班级联欢会购买何种水果时，具备统计观念的学生会自然地想到去调查同学们的喜好，而不是仅凭个人偏好做决定。这意味着学生开始理解个体经验的局限性，并转向寻求更具代表性的数据来支撑其观点。可以说，统计观念是学生从数学学习的“主人”视角出发，主动运用统计方法探索未知、解决实际问题的内在驱动力。

（二）统计观念的核心要素

统计观念的培养根植于两大核心要素：数据意识与随机观念。这两者如同车之双轮、鸟之两翼，共同驱动着学生统计思维的形成与发展，是学生能否真正走进数据科学世界的关键所在。统计观念的核心要素及其具体作用，可见下表所列：

统计观念核心要素及其作用表

要素	内涵（小学阶段）	关键作用
数据意识	关注、识别并理解数据是信息载体，用于描述事实。	解决问题的基石；指导数据收集与呈现。
随机观念	初步体会事件结果的不确定性，理解可能性的大小。	培养不确定性思维；打破“非黑即白”的确定性认知。
数据分析能力	掌握收集、整理、描述和解释数据的实践技能。	将抽象观念转化为具体行动；形成有说服力的结论。

数据意识是统计观念的基石。它首先表现为一种“数据感”，即学生在日常生活中能主动关注并识别与数据相关的信息，理解数据是蕴含信息、可以用于沟通和论证的。具备数据意识的学生，会习惯于用数据来描述事实、表达观点，例如，在描述班级同学的身高情况时，不仅仅说“有高有矮”，而是会尝试收集具体的数字，并思考如何整理这些数据以展示整体情况。这种意识进一步延伸至对数据收集、整理和呈现过程的理解，明白不同的统计图表适用于不同类型的数据展示，其目的是为了更直观、更有效地传递信息。

随机观念则是统计观念深化的体现，它帮助学生理解世界的不确定性。在小学阶段，学生需要初步体会许多事件的结果并非必然，而是存在多种可能性。通过抛硬币、掷骰子等简单的随机试验，学生可以直观感受到结果的随机性和可能性的大小。这种体验对于打破儿童认知中“非黑即白”的确定性思维至关重要。随着学习的深入，学生会逐渐理解样本与总体的关系，明白通过对部分数据（样本）的分析，可以对整体情况做出合理的推断和预测，并认识到这种推断本身也带有一定的不确定性。例如，通过对一个班级学生喜爱的运动项目进行调查，可以大致推测全校学生可能的偏好，但这个推测并非绝对精确。

（三）统计观念与数据分析能力的关系

统计观念与数据分析能力是相辅相成、紧密联系的整体。统计观念是数据分析能力的思想内核与方向指引，而数据分析能力则是统计观念物化的实践技能与表达途径。二者互为前提，共同构成了学生在数据时代的核心竞争力。

可以说，统计观念是“道”，它决定了学生为何要分析数据以及如何思考数据；数据分析能力则是“术”，它解决了学生如何具体操作和呈现数据的问题。一个学生可能掌握了计算平均数、制作条形统计图的方法，但若缺乏统计观念，这些技能就只是机械的计算和绘制，无法转化为解决问题的智慧。他可能不会主

动思考在什么情境下需要计算平均数，或者这个平均数揭示了何种趋势。反之，一个具备强烈统计观念但缺乏分析能力的学生，虽有解决问题的意识，却苦于没有有效的工具和方法将想法付诸实践。

因此，二者的关系是指导与实践的辩证统一。统计观念引导学生在真实情境中提出有价值的、可由数据回答的问题，并驱使其去收集和审视数据；而数据分析能力则提供了一套完整的方法论，包括收集、整理、描述和解释数据的技能，让学生能够将抽象的观念转化为具体的行动和有说服力的结论。在教学中，只有将二者紧密结合，在培养数据分析技能的过程中不断渗透统计思想，才能真正帮助学生建立起强大而稳固的统计素养。

二、培养统计观念的教学要点

小学阶段是统计观念启蒙的黄金时期，教学活动的设计应超越知识的简单传递，聚焦于思维的引导和体验的深化，将统计思想的种子根植于学生的心田，为其未来的学习与生活奠定坚实的数据思维基础。

（一）让学生经历完整的统计过程

要真正建立统计观念，最有效的方式是让学生亲身投入并完整地经历统计活动的全过程。这种体验式的学习远比单纯讲解概念和方法更为深刻和持久。教师的角色应是引导者和组织者，创设富有吸引力的真实情境，让学生在解决问题的驱动下，自然地走完统计的每一步。

一个完整的统计过程通常包括以下几个环节：

1. 提出问题：这是统计活动的起点和灵魂。教师应引导学生从熟悉的生活情境中发现并提出可以用数据来回答的问题。例如，“我们班同学最喜欢的课外活动是什么？”或者“校园里哪种颜色的花最多？”这些源于学生生活的问题能极大地激发他们的探究热情。

2. 收集数据：在确定问题后，学生需要思考并设计收集数据的方法。可以通过问卷调查、实地观察计数、小组访谈等多种形式。这个环节重在让学生体会数据来源的多样性和收集方法的选择性，并考虑数据的真实性和有效性。

3. 整理与呈现数据：面对收集到的原始数据，学生需要学习如何进行分类、排序和汇总，并选择合适的统计图表（如象形统计图、条形统计图）来清晰、直观地呈现数据。这个过程是化繁为简、揭示数据内部结构的关键一步，学生通过



动手操作，能更深刻地理解统计图表的价值。

4. 分析数据并得出结论：这是统计活动的核心。学生需要观察图表，从数据中发现信息，寻找规律，例如找出哪个选项人数最多（众数），或者计算平均水平（平均数）。更重要的是，要引导学生基于数据分析的结果，对最初提出的问题做出解释和回答，并尝试提出合理的建议或决策。

通过这样一个完整的闭环探究过程，学生不再是被动接受知识的容器，而是成为知识的主动建构者。他们在实践中体会到统计的每一个环节都充满挑战和思考，从而深刻理解统计的意义和力量，统计观念也随之自然生成和发展。

（二）引导学生体会数据的价值

统计教学不应仅仅停留在方法的传授上，更要引导学生深刻体会数据背后所蕴含的巨大价值。当学生认识到数据不仅是一堆冰冷的数字，更是解决问题、做出明智决策的重要依据时，他们学习统计的内在动机才会被真正激活。

要让学生体会数据的价值，教师需要精心设计教学情境，将数据与有意义的决策紧密相连。例如，在学习了平均数的概念后，可以呈现一个商店连续几周的饮料销售数据，并提问：“下周应该进多少瓶饮料比较合适？”这个问题没有唯一的正确答案，它促使学生去分析数据的波动、趋势，并思考平均数在预测中的作用和局限性。通过这类真实问题的解决，学生会认识到数据分析可以直接指导实践，帮助人们做出更科学的预判和决策。

教师还可以引导学生将数据作为表达观点、进行论证的工具。在小组讨论或班级辩论中，鼓励学生用数据说话，而不是仅仅依赖主观臆断。例如，在讨论“是否应该延长课间休息时间”时，可以组织学生收集关于课间活动情况、学生疲劳程度等数据。持有不同观点的学生都需要依据自己收集和分析的数据来支撑论点。这个过程让学生切实体会到，基于数据的论证更具说服力，也更能推动问题的深入探讨和共识的达成。当数据成为学生手中解决争议、说服他人、优化方案的有力武器时，其价值便不言而喻。

（三）培养学生批判性地看待数据

在信息爆炸的时代，数据无处不在，但并非所有数据都是真实、客观和全面的。因此，培养学生批判性地看待数据，是建立科学统计观念不可或缺的一环，也是培养高阶思维能力的重要途径。这意味着学生不仅要会运用数据，更要学会质疑数据。

要引导学生关注数据的来源和收集方法。教师可以提供一些包含潜在偏见的数据案例进行讨论。例如，一个只在学校篮球队中调查“最喜爱的运动”所得出的结论，能否代表全校同学的普遍看法？通过这类讨论，学生会逐渐意识到，调查的样本是否具有代表性、调查过程是否严谨，会直接影响结论的可靠性。他们会开始思考：“这个数据是谁收集的？”“它是如何收集的？”“这个样本能代表全体吗？”

培养学生解读数据时的情境意识。数据只有在特定的情境下才有意义。教师应引导学生在分析数据时，不能脱离其产生的背景。例如，在比较两个班级的数学平均分时，除了分数本身，还需要考虑班级人数、学生基础、试题难度等多种因素。脱离这些背景的简单比较，很可能会得出片面甚至错误的结论。这要求学生在看到一个统计结果时，能主动探寻其背后的“故事”，理解数据所处的完整图景。

帮助学生理解数据呈现方式可能带来的误导。同一样本数据，通过不同的图表设计（如坐标轴的刻度选择不同），可能会给人截然不同的视觉印象。教师可以展示一些具有迷惑性的统计图，让学生识别其中的“陷阱”，从而理解数据呈现的客观性与主观性。通过这些训练，学生将逐步养成一种审慎、理性的数据批判精神，能够更加明智和独立地面对未来世界中纷繁复杂的数据信息。

三、统计观念培养中的常见误区

在小学数学统计教学的实践中，尽管教师们付出了巨大努力，但由于对统计观念本质的理解不够深入，或受传统教学思维的影响，常常会陷入一些误区，这些误区在一定程度上阻碍了学生科学统计观念的真正形成。

（一）重计算轻分析

这是统计教学中最为普遍的误区之一。许多教学活动过度聚焦于统计量的计算方法和统计图的绘制技巧，例如，反复练习如何计算平均数、中位数，或者如何精确地画出条形统计图的高度。课堂被大量的计算和操作占据，而对数据背后信息的解读、分析和推断环节则被大大压缩，甚至一笔带过。学生虽然掌握了“怎么算”，却不明白“为什么这么算”以及“算出来说明了什么”。

这种教学方式将统计这门充满活力的学科简化为了枯燥的数学运算。学生可能会熟练地计算出某组数据的平均身高是 1.45 米，但对于这个数据在具体情境



中的意义,如与标准身高对比、反映班级整体发育水平等,却缺乏深入的思考。他们把统计学习等同于寻找唯一正确答案的计算题,而忽视了统计的核心在于通过数据分析来进行解释、判断和预测。这种重计算轻分析的倾向,使得学生难以体会到统计学的真正魅力和实用价值,统计观念的建立也就成了无源之水。

（二）重结果轻过程

与“重计算轻分析”相伴相生的,是“重结果轻过程”的教学倾向。一些教师在教学设计中,为了追求课堂效率,常常会直接呈现整理好的数据和制作精美的图表,然后要求学生根据现成的图表回答问题。学生被剥夺了亲身参与数据收集、整理和呈现的机会,直接进入了分析阶段。这种做法看似节约了时间,实际上却丢失了统计学习中最宝贵的体验环节。

统计观念的形成,根植于学生在完整的统计活动中获得的直接经验和深刻体验。当学生没有经历过如何从杂乱无章的原始数据中提炼信息,没有体会过选择不同统计图表对表达效果的影响时,他们对数据的感知是肤浅的,对统计方法的理解是机械的。他们看到的只是静态的结果,而错过了数据“活”起来的整个过程。这种教学方式使得学生成为了统计过程的“旁观者”而非“参与者”,难以建立起对数据处理全流程的整体认知,更无法在遇到新的、真实的问题时,主动地、完整地运用统计方法去解决。

（三）重知识轻思想

统计教学的终极目标是培养学生的统计观念,这是一种数学思想。然而,在实际教学中,很多时候教学重点仍停留在具体的统计知识点和技能上,而忽视了其中蕴含的统计思想的渗透。例如,教学“平均数”时,重点在于其计算公式,而对于平均数作为数据代表的意义、其易受极端值影响的特性等核心思想探讨不足。学生记住了知识,却没有领会思想。

这种“重知识轻思想”的误区,导致学生学到的统计是零散的、孤立的知识碎片,而不是一个连贯的、用以理解不确定性世界的思维框架。他们知道众数是出现次数最多的数,却不理解其在描述数据集中趋势时的独特价值;他们会画统计图,却缺乏用数据讲故事、进行批判性思考的意识。统计思想,如数据意识、随机观念、样本推断总体思想等,才是统计素养的灵魂。如果教学中不能时时处处将知识学习与思想感悟结合起来,学生的统计学习就只能停留在浅层次,难以形成真正意义上的统计观念,也无法将所学知识灵活应用于解决复杂多变的现实问题中。

第三节 概率思想的渗透

概率思维是数学核心素养中数据观念的关键组成部分，它能帮助学生更好地认识世界的不确定性，从而在面临不确定情境时，培养出他们进行理性推理和有效决策的能力。在小学数学教育中渗透概率思想，我们并非追求深奥的理论推导，而是重在启蒙与直观体验，为学生未来的学习和生活奠定坚实的基础。

一、概率的初步认识

对概率的初步认识是培养学生概率思想的起点。这个阶段的核心任务是引导学生从确定性的世界走向不确定性的世界，感知生活中的随机现象，并能用恰当的词语描述事件发生的可能性大小，为后续的概率学习做好充分的直观经验铺垫。

（一）随机现象的感知

在孩子们的认知世界里，许多事情的结果是确定无疑的，例如，太阳从东方升起，水往低处流。教学的初始阶段，教师需要做的就是打破这种绝对的确定性认知，引导孩子们关注生活中的不确定现象。这些现象的结果在事前无法预知，呈现出偶然性和随机性，此即随机现象。例如，抛一枚硬币，落地时是正面朝上还是反面朝上？从一个装有红、黄两种颜色球的袋子里任意摸出一个，会是什么颜色？这些都是学生可以亲身经历和感知的随机事件。

感知随机现象，关键在于体验其“不确定性”。教师可以设计丰富的活动，让学生在具体情境中观察、实验和感受。明天是否会下雨？下一个走进教室的同学是男生还是女生？这些问题的答案并非唯一，存在着多种可能性。通过大量的实例辨析，学生能够逐步区分确定现象和随机现象，理解“可能”、“不可能”和“一定”的含义，从而建立对随机性的初步认知。

在这个过程中，教师应当鼓励孩子们用自己的语言描述观察到的现象，分享他们的预测和感受。教学的重点不在于得到一个标准答案，而在于学生能够意识到在我们的生活中，除了“必然”发生和“不可能”发生的事情外，还存在着大量“可能”发生的事情，这些事情的结果是偶然的、不可预测的，这便是通向概率世界的大门。

（二）事件可能性的大小

在认识了随机现象之后，教学的重点便转向引导学生体会事件发生的可能性



是有大小之分的。虽然随机事件的结果无法预知，但其发生的可能性大小在很多情况下是可以进行比较和判断的。这是从定性感知到初步定量刻画的过渡，是概率思想培养中的关键一步。教师应该创设情境，让学生能够直观地感受到事件发生可能性的大小差异。

例如，在一个盒子里放入9个白球和1个黄球，让学生猜测任意摸出一个球可能是什么颜色。大多数学生会直观地感觉到摸出白球的可能性更大。通过这样的活动，学生可以学习使用“可能性大”、“可能性小”、“可能性相等”等词语来描述事件。教师可以进一步改变盒中不同颜色球的数量，如增加黄球数量或减少白球数量，让学生在反复的猜测、实验和验证中，深化对可能性大小与样本空间中各元素数量关系的理解，从而将直观感受与简单的数量分析联系起来。

（三）概率的古典定义

古典概率模型是概率论的基石之一，其核心思想是“等可能性”。在小学阶段，我们并非要严格引入其数学定义和计算公式，而是通过具体活动渗透其核心思想。即当一个随机试验的所有可能结果是有限的，并且每一种结果发生的可能性都相等时，某个事件发生的概率就可以用该事件包含的结果数与所有可能结果总数的比值来表示。

教学中，可以从最简单的等可能事件入手，如抛掷一枚质地均匀的硬币，正面朝上和反面朝上的可能性是相等的。同样，投掷一个标准的骰子，每个点数朝上的可能性也是相等的，都是六分之一。教师可以引导学生思考，为什么我们可以说抛硬币出现正面的可能性是二分之一？通过讨论，让学生理解这是因为只有“正面”和“反面”两种等可能的结果，而“正面”是其中的一种。这种朴素的、基于直观经验的比例思想，正是古典概率定义的萌芽，它为学生未来学习用分数表示概率打下坚实基础。

这些初步的认知，构成了小学阶段概率思想启蒙的基础。关于这些阶段的核心概念、教学目标和典型活动，可参考下表列出的内容。

小学概率教学阶段与内容对照表

阶段	核心概念	教学目标	典型活动示例
初步感知	随机现象与确定现象	区分“一定”、“不可能”与“可能”事件，建立不确定性认知。	讨论天气预报、抛硬币预测结果。
定性描述	可能性的大小	使用“可能性大 / 小 / 相等”等词语描述事件。	摸不同比例颜色的球、转盘游戏。
初步量化	等可能事件与比例	朴素理解概率是部分占总体的比值。	均匀骰子点数分析、抛硬币实验结果汇总。
频率估计	规律性与大数定律	认识到大量重复实验中频率趋于稳定，可用于估计概率。	投掷图钉实验、全班硬币抛掷数据统计。

二、小学阶段概率思想的教学策略

在小学阶段进行概率思想的教学，不能依赖于抽象的公式和理论灌输，而应采取符合儿童认知特点的策略。通过动手实验、趣味游戏和生活实例，将抽象的概率概念融入具体、生动的情境之中，让学生在做中学、玩中学，潜移默化地形成概率观念。

（一）通过实验感受随机性

动手实验是引导小学生走进概率世界最有效的方式之一。实验活动能够为学生提供第一手的数据和最直观的体验，帮助他们深刻感受随机现象的两个核心特征：单次结果的不确定性和多次重复实验后结果的规律性。例如，组织全班学生每人抛掷 10 次硬币，并记录正面朝上的次数。学生会发现，每个人的结果可能都不一样，有的人可能是 3 次正面，有的人可能是 6 次，这体现了单次实验结果的随机性。

接着，教师可以将全班的数据进行汇总。当实验的总次数从几十次增加到几百次甚至上千次时，学生们会惊奇地发现，正面朝上的次数占总次数的比率会越来越接近二分之一。这个过程生动地向学生展示了随机现象中蕴含的规律。

除了抛硬币，还可以设计如“转盘指针会停在哪？”“从袋中摸球”等多种多样的随机实验。在实验前，鼓励学生先进行预测；实验中，指导学生科学地收集和整理数据；实验后，引导学生对结果进行分析和讨论。

通过这一系列完整的探究过程，学生不仅能亲身体验随机性，还能在数据分析中发现规律，逐步理解概率的本质。这种从不确定性中寻找规律性的过程，是培养学生数据分析能力和科学精神的重要途径。



（二）通过游戏理解可能性

游戏是儿童的天性，将概率思想融入游戏中，能极大地激发学生的学习兴趣 and 参与热情。在游戏中，学生需要在不确定的情境下做出判断和选择，这正是概率思想应用的体现。教师可以设计或改编一些含有随机因素的趣味游戏，引导学生在玩乐中理解可能性的概念。

1. 设计转盘游戏。教师可以制作一些被分成不同颜色、不同大小扇形区域的转盘，让学生通过转动指针来预测结果。例如，一个转盘一半是红色，一半是蓝色，学生会很快明白指针停在两个区域的可能性是相等的。如果将红色区域扩大，蓝色区域缩小，学生则能直观地判断出指针停在红色区域的可能性更大。通过调整区域的比例，可以帮助学生建立可能性大小与部分占整体大小关系的直观联系。

2. 利用扑克牌或骰子进行游戏。例如，“比大小”的游戏，从一副牌中随机抽一张，谁的牌面大谁就获胜。或者设计“掷骰子走棋”的游戏，根据掷出的点数前进相应的步数。在游戏过程中，可以引导学生思考：怎样才能更容易获胜？抽到 A 的可能性大还是抽到 K 的可能性大？掷出 6 点和掷出 1 点的可能性是否一样？这些问题能促使学生主动运用概率思想进行分析和策略选择。

（三）通过生活实例渗透概率思想

概率思想源于生活，也广泛应用于生活。将教学内容与学生的生活经验紧密联系，不仅让学生感受到数学的实用价值，还能帮助他们更好地理解抽象的概率概念。教师应善于挖掘和利用生活中的概率实例，引导学生用数学的眼光观察和解释周围的世界。

天气预报是学生每天都会接触到的典型概率实例。预报中的“降水概率 80%”是什么意思？它并不意味着今天一定会下雨，也不意味着今天有 80% 的时间在下雨。它表示在类似的气象条件下，历史上 100 天中有大约 80 天会下雨。通过解释这类实例，可以帮助学生理解概率的预测功能以及其不确定性的本质。购物抽奖、产品合格率、体育比赛中的胜率预测、保险等，都是渗透概率思想的极好素材。教师可以组织学生收集生活中的概率信息，进行课堂分享和讨论，让学生在真实情境中感受概率如何影响人们的决策。

三、概率与统计的联系与整合

概率与统计是紧密相连的两个领域，二者相辅相成，密不可分。在小学数学教学中，将二者有机整合，通过统计活动来估计概率，运用概率思想来理解统计结果，能够帮助学生构建更完整、更深刻的数据观念，提升综合运用知识解决问题的能力。

（一）用频率估计概率

在许多现实问题中，我们无法像抛硬币那样通过理论分析直接得到理论概率（即先验概率），这时就需要通过大量的重复实验，用事件发生的频率来估计其概率（即后验概率）。这是连接概率与统计最重要的桥梁。小学阶段的教学应侧重于让学生体验这一过程，理解其思想。

教学中可以设计一些无法直接进行理论分析的实验。例如，投掷一枚图钉，钉尖朝上的概率是多少？这个问题无法用古典概率模型来解决。唯一的办法就是进行实验。让学生分组合作，每组投掷 100 次图钉，记录钉尖朝上的次数，并计算其频率。

各组得到的结果可能不尽相同，但当把全班甚至全年级的数据汇总后，学生会发现，随着实验次数的急剧增加，钉尖朝上的频率会稳定在一个常数附近。这个相对稳定的值，就是我们对图钉尖朝上概率的一个可靠估计。通过这样的活动，学生能够直观地理解什么是频率，什么是概率，以及如何用频率来估计概率，初步感受大数定律的思想精髓，体会从不确定性中发现规律的科学方法。

（二）在统计中应用概率思想

概率思想对于深刻理解统计的本质至关重要，尤其是在抽样调查和数据推断方面。统计调查的目的通常是希望通过一部分样本的数据信息，来推断全体总体的特征。这种推断之所以是合理的，其背后就有概率思想作为支撑。

在教学中，教师可以设计“估计全校最受欢迎的午餐”这样的调查活动。全校学生人数众多，进行全面调查是不现实的。这时就需要进行抽样。如何抽样才能使样本具有代表性？这就需要用到概率中的随机抽样思想，即保证总体中的每一个个体都有同等被抽到的机会。可以让学生讨论，是只调查一个班级，还是在每个年级随机抽取若干名学生进行调查，哪种方法更能代表全校同学的意见？通过对比不同抽样方法可能带来的偏差，学生可以初步理解随机抽样的重要性，明



白一个好的样本可以更好地推断总体的情况，而这种推断本身就是一种基于概率的或然性推理，而不是确定性结论。

（三）设计融合概率与统计的综合活动

设计融合概率与统计的综合性、项目式活动，是培养学生数据观念和应用能力的有效途径。这类活动通常围绕一个真实、有趣且具有挑战性的问题展开，要求学生综合运用数据收集、整理、分析、概率判断和决策等多方面知识和能力。

例如，可以开展“设计一个公平的游戏”的项目活动。

1. 提出任务：要求学生小组合作，利用骰子、扑克牌、转盘等工具，设计一个至少两人参与的、规则明确的游戏。

2. 分析与实践：学生在设计游戏规则时，就需要运用概率思想来初步判断每个参与者获胜的可能性是否均等。随后，他们需要通过多次游戏实验来收集数据（统计），记录每个人的获胜次数，并计算获胜的频率。

3. 检验与修正：根据统计得到的频率，学生可以反思和检验自己设计的游戏是否“公平”。如果发现某个参与者的获胜频率显著高于其他人，就需要重新审视游戏规则，运用概率知识进行分析，找出不公平的根源，并对规则进行修正，然后再次进行实验验证。

这个过程完整地体现了“提出问题—设计实验—收集数据—分析推断—做出决策—反思调整”的科学探究循环，让学生在解决实际问题的过程中，深刻体会到概率与统计的内在联系和应用价值。

第四节 数据分析的教学设计

数据分析素养是信息时代每个公民都需要掌握的关键能力，而小学数学正是培养和发展这种能力的核心起点。本节旨在深入探讨如何在小学数学教学中有效培育学生的数据分析素养，通过项目式学习、精妙的课堂教学设计以及多样的跨学科活动，引导学生经历完整的数据处理过程，逐步形成扎实的数据意识，并掌握初步的数据分析方法。

一、基于真实问题的项目式学习设计

项目式学习将知识的学习置于真实、复杂的问题情境之中，学生通过自主探

究与合作，共同完成一个具体的项目任务。这种学习方式能够极大激发学生的内在动机，促使他们主动运用数据分析技能去解决身边的实际问题，从而在实践中真正培育数据分析素养，让数学学习变得更有意义。

数据分析的核心步骤与常用的初级工具可见下表。

数据分析核心步骤与常用工具表

核心步骤	目的与任务	小学常用工具 / 方法
数据意识与问题提出	从真实情境中识别可量化的问题。	观察法、提问、小组讨论
数据收集	准确、系统地获取原始信息。	调查问卷、观察记录表、访谈
数据整理	对原始数据进行分类、编码和录入。	计数法（画“正”字）、简单表格
数据分析与呈现	选择合适的方式展示数据，发现规律。	条形统计图、扇形统计图、折线统计图
数据解读与结论	基于图表信息得出结论，并提出建议。	比较、计算平均数、撰写报告

（一）项目主题的确定与规划

项目主题的选择是项目式学习成功与否的关键要素。一个好的主题应当源于学生的真实生活，具有实际的探究价值，并与数学课程内容紧密相连。教师可以引导学生从校园生活、家庭日常、社会现象中发现并提出感兴趣的问题，例如“我们学校的午餐浪费现象有多严重？”“社区垃圾分类的现状如何？”“小学生每天的睡眠时间是否达标？”。主题的确定过程本身就是一次数据意识的深度唤醒，学生需要思考这个问题是否能够且应该通过收集和分析数据来回答。

在确定主题后，教师需引导学生进行周密的项目规划。规划内容应包括明确研究目标、拆解核心问题、预设研究方法、制定时间表和明确团队分工。例如，在“校园午餐浪费调查”项目中，学生小组需要明确目标是“通过数据了解浪费情况并提出切实可行的改进建议”。核心问题可以拆解为“哪些食物浪费最严重？”“不同年级的浪费情况有何差异？”“导致浪费的原因可能是什么？”。通过这样的规划，学生对项目的整体流程有了清晰的把握，为后续的自主探究打下了扎实的基础，确保项目能够既有序又高效地推进。

（二）项目实施的过程与指导

项目实施是学生亲历数据分析全过程的核心环节，教师的角色应当是引导者和支持者，而非单纯的知识传授者。整个过程通常涉及数据收集、整理、分析与表达等多个步骤。教师需要为学生提供必要的工具和方法指导，同时给予他们充



分的自主探索空间，鼓励他们在遇到困难时独立思考、合作解决。

在数据收集阶段，教师可以引导学生根据研究问题设计合适的调查问卷、观察记录表或访谈提纲。以“社区垃圾分类现状”项目为例，学生需要设计问卷了解居民对垃圾分类的认知度和参与度，并通过实地观察记录不同垃圾桶的投放准确率。数据整理阶段，学生需要将收集到的原始数据进行分类、编码和录入，可以指导他们使用简单的表格软件来提高整理效率。数据分析是项目的核心，教师应引导学生选择合适的统计图表来呈现数据。

1. 数据的呈现：指导学生根据数据类型和要说明的问题选择合适的统计图，如用条形图比较不同类别垃圾的投放正确率，用扇形图展示居民对垃圾分类知识的掌握程度构成。

2. 数据的解读：引导学生观察图表，从数据中发现规律、趋势和潜在的问题。例如，学生可能会发现“厨余垃圾的错误投放率最高”，或者“年轻群体对垃圾分类的了解程度普遍高于老年群体”。

3. 得出结论：鼓励学生基于数据分析结果，结合自己的观察和思考，形成有数据支撑的结论，并尝试提出解决问题的建议，如制作垃圾分类宣传海报、向社区管理部门提交建议书等。这个过程让学生体验到数据背后蕴含的巨大价值。

（三）项目成果的展示与评价

项目成果的展示与评价是项目式学习的总结与升华环节，它不仅为学生提供了展示学习成果、交流研究发现的平台，也是对学生数据分析能力进行综合评价的重要方式。成果展示的形式可以多种多样，如撰写研究报告、制作海报、进行班级或年级范围的成果发布会等。多样的展示形式能够有效锻炼学生的数据表达能力和沟通能力，让他们学会用清晰、有说服力的方式呈现自己的观点和数据证据。

评价体系应体现多元化和过程性。评价主体可以包括教师、同学、甚至邀请家长或社区人员参与。评价内容不应只关注最终的研究报告是否精美，更应涵盖整个项目过程的投入与表现。可以设计一个多维度的评价量规，评价标准包括：问题提出的价值性、数据收集方法的合理性、数据分析的准确性、统计图表的规范性、结论的逻辑性与创造性以及团队合作精神等。通过这种综合性、全过程的评价方式，学生能够清晰地认识到自己在数据分析过程中的优点和不足，从而获得持续改进的动力，真正将数据分析核心素养的培育工作落到了实处。

二、课堂教学片段设计

课堂教学是培育学生数据分析素养的主渠道。教师需要精心设计教学片段，将数据分析的思想和方法自然地融入具体的知识点教学中，通过创设生动有趣的情境，引导学生在观察、操作、思考和交流中，逐步构建起对数据概念的深刻理解，并掌握基本的数据处理技能。

（一）《平均数》的教学设计

平均数是数据分析中一个极其重要和基础的概念。教学设计不应仅仅停留在“总数除以份数”的程序化计算上，而应重在帮助学生理解平均数的统计意义。教学可以从一个具有认知冲突的情境出发：“有两个篮球队，A 队队员的身高分别是 145cm、146cm、147cm；B 队队员的身高是 140cm、148cm、152cm，哪个队的身高更高一些？”。简单比较最高或最矮身高都无法得出合理结论，学生会因此产生思考。

教师可以引导学生进行“移多补少”的实际操作，让学生直观地感受到将那些高低不一的数据“拉平”的过程，从而形象地理解平均数的本质——它代表了数据集合的集中趋势和一般水平。在这个过程中，学生能体会到平均数作为一个虚拟的数值，虽然可能不与任何一个原始数据相等，但它却是整个数据集最有效的代表。

在学生理解了平均数的意义后，再引导他们抽象出计算方法。教学中还应设计思辨性问题，例如“我的身高比班级平均身高矮，是不是说明我一定是个矮个子？”“马云和我平均资产过亿，这句话说明了什么问题？”，引导学生认识到平均数的局限性，理解它容易受到极端数据的影响。通过这样的设计，学生对平均数的理解从单一的计算技能，上升到能够辩证看待和合理解读数据的高度，数据分析素养得以深化。

（二）《条形统计图》的教学设计

条形统计图是数据可视化的入门工具，其教学重点在于让学生理解为何要用统计图以及如何用统计图来表达信息。教学设计应强调从实际需求出发，让学生经历“从数据到图表”的全过程。可以创设“班级图书角最受欢迎的图书类型”调查情境。让学生通过举手或投票的方式收集全班同学最喜欢的图书类型（如故事类、科普类、漫画类、历史类）的原始数据。



当学生面对一堆杂乱无章的“正”字记录时,教师可以提问:“怎样才能让大家一眼就看出哪种书最受欢迎,哪种书最不受欢迎呢?”这个问题会促使学生去寻找比原始数据表更直观的表达方式。此时,教师可以引入条形统计图,引导学生将数据转化为图表。在绘制过程中,必须强调统计图的基本要素:标题、图例、横轴与纵轴的名称、以及刻度的合理设定。学生在亲手绘制的过程中,会逐步理解条(柱)的高度代表了数量的多少,从而直观地感受到数据之间的差异。

完成绘制后,教学的重心应转向对图表的解读。教师可以设计一系列问题,引导学生从图中获取信息:“从图中你直接能看出什么信息?”“最受欢迎的图书比最不受欢迎的多多少本?”“你对图书角的图书更新有什么建议?”。这些问题层层递进,引导学生从简单的数据读取,到进行数据比较,再到基于数据做出简单的判断和预测。通过这样的教学过程,学生不仅学会了制作条形统计图的技能,更重要的是形成了利用图表进行思考和交流的意识,数据素养得到了切实的提升。

(三)《可能性》的教学设计

可能性的教学是培养学生随机思想和不确定性数据分析能力的重要开端。教学设计应着重于为学生提供丰富的随机现象体验,引导他们从定性描述走向初步的定量刻画。教学可以从一个游戏开始:准备一个不透明的袋子,里面放有8个黄球和2个红球。让学生轮流摸球,每次摸出一个记录颜色后再放回。在游戏初期,学生会凭借直觉得出“摸到黄球的可能性大,摸到红球的可能性小”的结论。

为了让学生的理解从模糊的“可能性大/小”深入一步,教师可以引导学生进行大量的重复实验,并记录下每次的结果。当实验次数足够多时(例如全班累计摸球100次),学生会发现摸到黄球的次数总是稳定在80次左右,而摸到红球的次数则在20次左右。这个过程让学生直观地感受到,虽然单次事件的结果是随机的,但在大量重复试验中,事件发生的频率会趋向于一个稳定的值。这是从随机性中发现规律性的关键一步,是数据分析中推断思想的萌芽。通过这样的活动,学生能够初步理解事件发生的可能性是可以数值来描述的,为后续学习概率打下坚实的基础。

三、跨学科数据分析活动设计

数据分析素养的培育不应局限于数学课堂,它是一种可以迁移到所有学科领

域的通用能力。通过设计跨学科的数据分析活动，可以打破学科壁垒，让学生在更广阔、更真实的情境中应用数据分析技能，体会数据分析在解决不同领域问题中的普适性和强大力量。

（一）科学课中的实验数据分析

科学探究的过程本身就蕴含着丰富的数据分析活动。在科学课中，数据是连接实验现象与科学结论的桥梁。教师可以设计一些需要定量观察和记录的实验活动，引导学生运用数据分析的方法来探索自然规律。例如，在学习“植物的生长”这一单元时，可以组织学生进行“不同光照条件对绿豆芽生长影响”的探究实验。学生需要将绿豆芽分为两组，一组置于阳光下，另一组置于黑暗处，每天在固定时间测量并记录两组绿豆芽的高度。

经过一周的持续观察和记录，学生会得到两组宝贵的数据。此时，数学中的数据分析方法就派上了用场。教师可以指导学生将这两组数据绘制成折线统计图。通过图表，学生可以清晰地看到两组绿豆芽在生长速度上的显著差异，直观地比较出它们的生长趋势。基于这个数据图表，学生能够更有力地得出“光照是影响植物健康生长的重要因素”这一科学结论。在这个过程中，学生不仅巩固了科学知识，还熟练了数据收集、整理和呈现的技能，深刻体会到数据在科学论证中的关键作用。

（二）社会课中的社会调查数据分析

社会课是引导学生认识社会、理解社会的窗口，而社会调查是其重要的学习方式。将数据分析融入社会调查，可以帮助学生从定性的感性认识走向定量的理性思考。教师可以结合课程内容，组织学生开展小型的社会调查项目，如“小学生课外阅读情况调查”“家庭用水用电情况调查”或“社区公共设施满意度调查”。在“小学生课外阅读情况调查”活动中，学生需要首先合作设计调查问卷，问题可以包括“每周阅读多长时间？”“喜欢阅读哪类书籍？”“主要通过什么渠道获取图书？”等。

在完成问卷发放和回收后，学生便进入了核心的数据处理环节。他们需要统计各个选项的人数，计算不同情况所占的百分比，并尝试用扇形统计图来展示不同阅读时长的学生分布，用条形统计图来比较最受欢迎的图书类型。通过对图表的分析，学生可能会发现“超过一半的同学每周阅读时间不足三小时”或者“漫画书的受欢迎程度远超科普读物”等现象。基于这些数据发现，学生可以撰写简



单的调查报告，分析现状并提出自己的思考和建议。这种学习方式让学生化身为小小社会研究者，在实践中提升了数据分析能力、社会责任感和公民意识。

（三）体育课中的体质健康数据分析

将数据分析引入体育课，能够让学生更科学地了解自己的身体状况，激发他们参与体育锻炼的内在动力，实现从“要我练”到“我要练”的转变。每学期初的体质健康测试为数据分析提供了绝佳的契机。教师可以引导学生将自己的测试成绩（如 50 米跑时间、立定跳远距离、一分钟仰卧起坐次数等）记录下来，并建立个人健康档案。

这些个人数据本身就很有价值，而当它们汇集到一起形成班级数据时，数据分析的魅力就更加凸显。

1. 个体与群体的比较：教师可以计算出班级各项指标的平均分、最高分和最低分。学生可以将自己的成绩与班级平均水平进行比较，明确自己的优势和不足，从而制定出更有针对性的个人锻炼计划。

2. 追踪个人进步：学生可以将每次测试的成绩绘制成折线统计图，形成个人体质变化的“成长曲线”。当他们亲眼看到自己的跑步时间在缩短、跳远距离在增加时，这种可视化的进步会为他们带来巨大的成就感，从而产生持续锻炼的内在动力。

通过这种方式，数据不再是冷冰冰的数字，而是变成了学生关注自身健康、进行自我管理的有效工具。体育课因此不再仅仅是身体的锻炼，也成为了培养学生数据素养和科学健身意识的生动课堂。

第六章 运算能力的提升路径

运算能力是数学素养的基石，它贯穿于小学数学教育的整个过程。本章将系统阐述运算能力的层次结构与提升路径，旨在为一线教师提供清晰的教学指引与实用策略支持。

第一节 运算能力的层次结构

要有效培养学生的运算能力，前提是深入理解其内涵、构成要素及其发展层次。本节将从定义、核心要素及发展阶段等多个维度对运算能力进行细致的剖析。

一、运算能力的内涵与构成

运算能力并非单一的计算技能，而是一个包含理解、选择与执行的综合体。明确其内涵与构成，有助于我们更精准地进行教学设计与评价。

（一）运算能力的定义

运算能力的定义并不仅仅局限于能够依据运算法则和运算律正确地进行计算。更深层次而言，它要求学生在面对数学问题时，能够深刻理解运算的对象和意义，并在此基础上选择合理、简洁的运算路径来解决问题。这种能力是数学思维的重要组成部分，它要求学生不仅掌握“如何算”，更要理解“为什么这样算”，并将这种理解灵活运用于具体情境中。可以说，运算能力是学生将数学知识内化为解决问题工具的关键环节，是连接理论知识与实际应用的桥梁。

因此，在小学数学教学中，培养运算能力不应被简化为机械的技能训练。它是一个综合性的培养过程，涉及对数学概念的透彻理解、对运算法则背后道理的探索、对多种算法的比较与优化。一个具备良好运算能力的学生，其衡量标准不仅是计算结果的准确无误，更在于其过程的条理清晰、方法的灵活多样，以及面对新情境时选择和创造算法的潜力。这种能力的形成，对于学生后续的代数学习、数据分析乃至更高阶的数学探索都具有至关重要的奠基作用。



（二）运算能力的核心要素（算理、算法、算速）

运算能力的培养与发展，主要围绕三大核心要素展开，即算理、算法与算速。这三个要素相互依存、相互促进，共同构成了运算能力的完整体系，缺一不可。教学中对这三者的均衡关注，是提升学生数学素养的关键所在。

1. 算理，即运算的道理，是运算能力的核心与灵魂。它回答的是“为什么这样算”的问题。对算理的理解，意味着学生不仅知其然，更知其所以然。例如，在学习多位数乘法时，学生需要理解每一个步骤都基于乘法分配律和数位知识，而不是简单地背诵“对位、相乘、满十进位”的口诀。深刻理解算理，能够使学生在面对新的运算情境时，具备举一反三、触类旁通的能力，从而避免死记硬背导致的知识僵化。

2. 算法，即运算的方法和程序，是运算能力的具体体现。它回答的是“怎样算”的问题。算法是依据算理设计出的、具有普适性的操作步骤。在小学阶段，学生会接触到口算、笔算、估算等多种算法。教学中提倡算法多样化，目的在于鼓励学生在理解算理的基础上，自主探索和比较不同的计算方法，从中选择适合自己的、相对优化的策略。这个过程本身就是一种重要的数学思维训练，能够促进学生思维的灵活性与深刻性。

3. 算速，即运算的速度，是运算能力达到熟练程度的标志。它反映了学生对算理理解和算法掌握的自动化水平。一定的运算速度是必要的，它能为解决更复杂的数学问题节省宝贵的认知资源。但是，算速的提升必须建立在算理清晰和算法正确的前提之上。脱离了准确性和理解的快速计算是难以持久且徒劳无功的，甚至会因为错误率的增高而打击学生的数学学习信心。因此，教学中应通过有意义的、适度的练习来自然提升算速，而不是盲目追求速度指标。

（三）运算能力与数感、推理能力的关系

运算能力并非孤立存在，它与数感、推理能力等其他数学核心素养之间存在着密切而深刻的互动关系，彼此相互支撑、协同发展。在教学实践中，将三者有机结合，能够更全面地促进学生数学思维的成长。良好的运算能力是发展数感和推理能力的重要基础。准确、快速的运算使得学生能够更自信地探索数与数之间的关系，从而在大量的计算实践中逐步形成对数的规模、意义和关系的直观感知，也就是数感。当学生能够熟练地进行计算时，他们便有更多的精力去观察运算结果的规律性，进行初步的归纳与猜想，这正是推理能力的萌芽。

另一方面，发达的数感和推理能力又能极大地促进和优化运算能力。良好的数感能帮助学生在计算前进行合理的估算，对运算结果的范围有一个大致的预判，从而在计算后能够快速检验结果的合理性，有效避免一些离谱的错误。推理能力则使运算超越了机械操作的层面，上升到策略选择的高度。例如，在面对复杂的混合运算时，学生可以运用推理能力分析数量关系，洞察运算结构，进而利用运算律等知识选择更为简洁的运算路径，实现算法的优化。这种基于推理的运算，体现了数学的灵活性和深刻性，是运算能力达到高层次水平的重要标志。

二、小学生运算能力的层次划分

学生的运算能力发展遵循一定的规律，呈现出明显的阶段性特征。将其划分为不同层次，有利于教师根据学生所处阶段，实施差异化、针对性的教学。运算能力的层次结构与核心要求可见下表。

运算能力层次结构与核心要求表

层次	核心要求	特征表现
基础层	正确运算（算理）	结果准确，理解法则原理
熟练层	熟练运算（算速）	快速流畅，计算自动化
灵活层	简捷运算（算法优化）	选择最优策略，运用运算律

（一）基础层：正确运算

正确运算是运算能力体系中的基石，是所有后续发展的前提和保障。这一层次的核心要求是“会算”和“算对”，强调的是运算结果的准确性。在基础层，学生需要掌握基本的数学事实，如 20 以内加减法、乘法口诀等；同时，必须透彻理解并严格遵守各种运算法则、运算顺序和书写规范。例如，在进行多位数加减法笔算时，学生必须做到数位对齐，从个位算起，并正确处理进位与退位。任何一个环节的疏忽都可能导致最终结果的错误。

在教学中，要实现正确运算的目标，教师必须将重点放在帮助学生扎实理解算理上。基础层的错误往往不只是粗心所致，其根源常常在于对相关数学概念的理解存在偏差，或是对运算法则背后的道理一知半解。例如，小数加减法中，将小数点对齐的规则，其本质是相同计数单位的数才能直接相加减。只有让学生从根本上理解了“为什么”，他们才能在操作层面做到“不出错”。因此，在这一阶段，应多采用直观演示、实物操作等方式，让学生在具体情境中充分感



知和体验，建立清晰、正确的数学概念模型，从而为准确无误的运算奠定坚实的基础。

（二）熟练层：熟练运算

熟练运算是在正确运算基础上的一次重要飞跃，它标志着学生的运算能力从“会算”向“快算”和“巧算”的过渡。这一层次的核心特征是运算的自动化和高效性。当学生达到熟练层时，他们对基本的运算法则和计算程序已经内化于心，无需再耗费大量的认知资源去回忆和思考每一个步骤，计算过程变得更加流畅和迅速。这种熟练度的提升，极大地解放了学生的工作记忆，使他们能够将更多的注意力集中在理解问题情境、分析数量关系和构建解题策略等更高层次的思维活动上。

达到熟练运算的境界，离不开有目的、有层次的系统练习。这种练习并非简单、机械的重复，而是应在理解算理的前提下，进行多样化、有梯度的训练。例如，可以通过计时口算、听算、视算等多种形式，激发学生的参与兴趣，锻炼其数学反应的敏捷性。同时，练习内容的设计应富有变化，可以包含一些具有内在规律或能够引导学生发现简便算法的题目，为向下一个层次——灵活运算做铺垫。

值得注意的是，追求熟练并非意味着要牺牲对算理的持续关注。在练习过程中，教师应引导学生时常反思自己的计算过程，分析错误原因，并鼓励同学之间交流各自的计算方法和心得。通过这种方式，可以确保学生的运算技能在扎实的理解基础上不断巩固和提升，避免因片面追求速度而导致的计算“泡沫化”，使熟练真正成为一种稳定、可靠且有思维深度的数学能力。

（三）灵活层：简捷运算

简捷运算是运算能力的最高层次，它体现了学生对数学知识的深度理解与融会贯通。达到这一层次的学生，不再满足于单一、刻板的程序化计算，而是能够在洞察题目数据特征和运算结构的基础上，主动寻求并运用合理、简洁的运算途径。这不仅是一种计算技巧，更是一种重要的数学思想和策略性思维的体现。例如，在计算“ $25 \times 37 \times 4$ ”时，能够主动运用乘法交换律和结合律，先算“ 25×4 ”，使问题大大简化。

灵活运算的核心在于对运算律（如加法和乘法的交换律、结合律，以及乘法分配律）的深刻理解和娴熟运用。学生需要能够识别出适用简便运算的“信号”，并准确地选择恰当的运算律进行变形。这要求教学不能仅仅停留在告知学生运算

律的公式本身，更要通过丰富的实例，引导学生去体验、去发现运用运算律所带来的便捷，从而激发他们主动运用这些规律的愿景。凑整思想、分解与组合思想等数学方法的渗透，也是培养简捷运算能力的关键。让学生学会在运算中“创造”出便于计算的数，是思维灵活性得以提升的重要标志。这种能力的培养，使运算过程从单调的执行转变为富有创造性的智力活动，极大地提升了学生的数学学习兴趣 and 成就感。

三、各学段运算能力发展的重点

针对不同年龄段学生的认知特点，运算能力的培养重点也应有所侧重。明确各学段的目标，才能使教学更具针对性，实现能力的螺旋式上升。各学段重点与运算能力层次的对应关系可见上表。

（一）低年级：20 以内加减法和表内乘除法

在小学低年级，运算能力培养的重心是构建坚实的基础，主要围绕 20 以内加减法和表内乘除法展开。这一阶段的目标不仅仅是让学生记住答案，更核心的是帮助他们通过具体操作和直观感知，深刻理解加减乘除运算的实际意义。例如，通过分苹果、摆小棒等活动，让学生在“合并”与“拿走”的情境中建立加减法的概念，在“几个几”的重复累加中理解乘法的本质。这种基于情境和操作的体验式学习，是形成扎实算理的根本保障，能够有效避免学生陷入机械记忆的误区。

此阶段，算法的掌握同样强调与算理的结合。在学习 20 以内进位加法（如 $9+5$ ）时，提倡算法多样化，鼓励学生探索出“凑十法”“接数法”等不同策略，并进行交流分享。这种探索过程本身就是对数感和思维能力的有效锻炼。对于表内乘除法，虽然最终要求熟练背诵乘法口诀，但教学过程不能简化为单纯的记忆任务。教师应引导学生观察乘法口诀表的结构，发现其中的规律，如交换律（三四十二、四三十二），从而减轻记忆负担，并初步渗透数学中的规律探寻思想。这个阶段的运算能力培养，是为后续更复杂的数学学习搭建最关键的第一级阶梯。

（二）中年级：多位数四则运算和简便运算

进入中年级，学生运算能力培养的重点转向更为复杂的多位数四则运算，并开始系统地接触和运用简便运算。这是学生运算技能和数学思维发展的一个关键跃升期。在多位数乘除法教学中，核心任务是引导学生在理解算理的基础上，



熟练掌握竖式计算的程序和规范。教学的难点与重点在于处理运算过程中的进位、退位以及商的定位等问题。教师需要借助位值图、计数器等工具，让学生清晰地理解每一步计算的数学道理，例如，乘法竖式中第二步计算的结果为什么要向左错一位，其本质是乘数十位上的数与被乘数相乘，所得结果的单位是“十”，必须写在十位上。

与此同时，简便运算的教学成为中年级培养运算灵活性的核心内容。学生在已经学习的加法、乘法交换律和结合律的基础上，开始正式学习乘法分配律。这是简便运算中最核心、应用最广泛的运算律。教学中，不应仅仅将运算律作为孤立的规则让学生记忆，而应创设丰富的问题情境，让学生在解决问题的过程中自主发现、提炼和验证这些规律。例如，通过计算“长方形花坛的总面积”等问题，引导学生从不同角度列出算式，并在比较“ $(30+20) \times 15$ ”与“ $30 \times 15 + 20 \times 15$ ”的过程中，直观地感受和理解乘法分配律的内涵。

通过大量的对比练习和变式练习，学生逐步学会观察算式中数字的特点，判断是否能够运用运算律来简化计算。这个过程不仅提升了计算效率，更重要的是，它培养了学生观察、分析、选择最优策略的数学思想方法，使学生的运算能力从程序化执行向策略化思考迈进，为高年级更为复杂的混合运算打下坚实的基础。

（三）高年级：小数、分数四则混合运算

步入高年级，学生运算能力的发展面临新的挑战，其重点集中于小数和分数的四则混合运算。这两种数的引入，极大地扩展了数的领域，其运算法则与整数运算既有联系又有本质区别，对学生的抽象思维能力提出了更高的要求。因此，这一阶段的首要任务是帮助学生建立对小数、分数及其运算意义的深刻理解。例如，分数加减法为何要先通分，其根本原因在于只有计数单位相同的量才能直接相加减；分数乘法的意义不仅是“求一个数的几分之几是多少”，还包含着更为丰富的内涵。只有对这些核心概念理解透彻，学生才能避免在应用法则时出现混淆和错误。

在掌握了单一运算的基础上，高年级运算的另一个重点是处理包含小数、分数的四则混合运算。这要求学生必须能够严格遵循正确的运算顺序，并能够在复杂的算式中，敏锐地洞察局部是否可以运用运算律进行简便计算。例如，在计算“ $0.25 \times 3.7 + 6.3 \times 0.25$ ”时，需要学生能够迅速识别出这符合乘法分配律的结构，从而将复杂的乘法和加法运算转化为简单的整数乘法。这种在混合运算中灵活运

用简便算法的能力,是高年级运算能力达到较高水平的集中体现。它要求学生具备全局观念,能够在看似复杂的结构中抓住主要矛盾,找到最优解题路径,这不仅是对计算技能的考验,更是对学生观察力、分析力和策略选择能力的综合锻炼。

第二节 运算思维的培养方法

运算思维是小学数学核心素养的关键组成部分,它的培养绝非一蹴而就,而是贯穿于整个数学教学过程。运算思维的意义不仅在于追求计算的快速与准确,更在于引导学生深入探究运算的本质,构建优化的运算策略,并发展出灵活的思维模式。教师应采用系统、科学的方法,将运算技能的训练与思维品质的提升紧密结合,为学生未来的学习和长远发展打下坚实的数学根基。

一、算理与算法并重,理解运算本质

在运算教学中,算理是回答“为什么这样算”的根本原因,而算法则是“怎样算”的具体步骤。二者相辅相成,缺一不可。过度强调算法而忽视算理,会使学生的计算学习沦为机械的模仿与记忆,无法做到举一反三,更谈不上思维的发展。因此,要真正理解运算的本质,必须将算理的探究与算法的掌握紧密结合起来,使学生不仅知其然,更要知其所以然。

(一) 通过直观操作理解算理

小学生的思维正处于由具体形象思维向抽象逻辑思维过渡的关键阶段,对于抽象的数学概念和运算规则,直接讲解往往难以奏效。因此,借助直观操作,将抽象的算理“物化”和“过程化”,是帮助学生构建数学认知的重要桥梁。例如,在教学“两位数加一位数(进位)”时,可以引导学生通过摆小棒的方式进行探究。学生在操作中亲历“个位满十,捆成一捆,送到十位”的过程,从而直观地理解“个位向十位进一”的算理。

这种动手实践的过程,不仅仅是为了得出最终答案,更重要的是让学生在“做”中思考,在“做”中感悟数学的规律。从具体物品的操作(如小棒、计数器)到半具体半抽象的图形(如画图表示),再到纯粹的数字符号运算,这一系列由具体到抽象的过程,完全符合学生的认知规律。教师应为学生提供充足的动手操作机会,鼓励他们用自己的方式去摆一摆、分一分、圈一圈,通过感官的多重参与,



将外部的、具体的操作活动内化为内部的、清晰的思维表象，从而深刻理解运算每一步背后的道理，为后续学习建立稳固的认知基础。

在分数乘法的教学中，教师可以巧妙地运用长方形纸片折叠或方格图涂色的方式，让学生通过“折一折、涂一涂、说一说”等活动，直观地理解分数乘法的本质是“求一个数的几分之几”。整个课堂以“操作体验—抽象概括—迁移应用”为主线，将抽象的算理转化为学生可以感知的数学活动，充分体现了“做中学”的教学理念。这种将抽象知识具象化、将静态规则动态化的教学方式，能够有效降低学生的认知门槛，使他们真正理解运算的内在逻辑，而不仅仅是记忆孤立的法则。

（二）通过语言表达明晰算理

数学语言是数学思维的外在表现形式，清晰、准确、有条理的语言表达，是学生对算理理解程度的重要标志。在引导学生进行直观操作之后，组织学生用自己的语言描述操作过程和思考路径显得至关重要。这个过程不仅能帮助学生自我梳理思维，还能暴露他们在理解上的模糊之处，便于教师进行针对性的指导。起初，学生的表达可能是零散的、不完整的，教师需要耐心倾听，并鼓励他们大胆地“说”出想法。

例如，在教学退位减法时，学生通过操作小棒，可能会说：“我从一捆中拿出一根，和原来的几根合在一起，再减。”教师可以进一步追问：“为什么要从一捆中拿出来？这一捆代表什么？拿出一根又表示什么？”通过这样的追问和引导，帮助学生将操作语言逐步提炼为规范、简洁的数学语言，如“个位不够减，从十位退一作十，与个位合起来再减。”清晰的语言表达反过来又会加深学生对算理的理解，使思维过程更加严谨和有条不紊，最终实现操作、思维与语言的协同发展。

（三）在理解算理的基础上掌握算法

算法是解决运算问题的具体步骤和程序，是算理的提炼和固化。只有在学生充分理解算理的基础上，算法的掌握才是有意义和有效率的。当学生通过操作和表达，对“为什么这样算”有了清晰的认识后，教师应适时地引导学生对操作过程进行总结和归纳，将多样化的、个性化的思考过程提炼为具有普适性的、规范化的算法。这个过程不是由教师强行灌输，而是师生共同建构的。

例如，在学习了小数加减法的算理，明白了相同数位上的数才能相加减的道

理后，学生自然能理解“小数点对齐”这一算法要求的本质，即通过对齐小数点，来保证相同数位对齐。这样掌握的算法，学生不易遗忘，也能够遇到新问题时进行知识的迁移和应用。

将算理学习置于算法形成之前，能有效避免学生陷入机械记忆和模仿的困境。教学实践证明，那些对算理理解透彻的学生，在计算的准确性、灵活性上往往表现更佳。他们不仅能够正确执行算法步骤，还能在特定情境下对算法进行灵活调整和优化，这正是运算思维水平提升的集中体现。

因此，教学中必须给予学生充足的时间和空间去经历探究算理的过程，不能因为追求教学进度而急于给出算法。当学生真正理解了运算的本质后，算法的掌握便会水到渠成，运算技能的形成也会更加扎实和牢固，从而为更高层次的数学学习打下坚实的基础。

二、估算与精算结合，优化运算策略

在现实生活中，许多问题并不需要或难以获得精确结果，此时估算便展现出其独特的价值。估算与精算共同构成了运算能力的两翼。培养学生的运算思维，不仅需要训练其精确计算的能力，更要培养其估算意识和应用能力，并能根据具体情境合理选择运算策略，从而优化解决问题的过程。这两种策略的特点和应用场景，详见下方的估算与精算策略对比表：

估算与精算策略对比表

策略类型	目的	适用情境	核心价值	错误容忍度
估算	快速判断数量级，预测结果范围	日常生活购物、快速预算、检验结果合理性	培养数感和应用意识	高（允许误差）
精算	获取精确的、无误的结果	银行结算、工程设计、科学实验、正式考试	训练逻辑严谨性和计算准确性	低（要求零误差）

（一）培养估算意识，掌握估算方法

估算意识是一种重要的数学素养，指学生在面对具体问题时，能够主动尝试用估算的方法来预测结果范围或判断结论合理性的思维倾向。培养这种意识，首先要让学生充分体验估算的价值。教师应创设丰富的、贴近学生生活实际的问题情境，让学生在解决“大约需要多少钱”“大概够不够”等问题的过程中，感受到估算在日常生活中的广泛应用。



在掌握估算方法方面，除了最常用的“四舍五入”法，教师还应根据不同的运算情境，引导学生灵活运用多种估算策略。

1. 取整估算法：根据需要将数据凑成整十、整百的数，便于口算。例如，估算 $398+205$ 时，可将 398 看作 400，205 看作 200，结果大约是 600。

2. 去尾法和进一法：在解决实际问题时，根据具体情况选择“去尾”或“进一”。例如，用一块长 30 米的布料制作每件需 2.6 米的衣服，最多能做几件，这里就需要用“去尾法”；而准备旅游的车辆，即使多出一人，也需要增加一辆车，则需用“进一法”。

3. 结合问题特点灵活估算：有时需要根据数据和问题特点选择更巧妙的策略。例如，判断 399 个座位是否够 343 名男生和 337 名女生就坐，若简单地将 343 和 337 都看作 340，估算结果为 680，与 399 相差甚远，无法判断。这时应观察到两个数都比 350 小，但相加结果已超过 399，因此必须更精细地估算或直接精算。

（二）运用估算检验计算结果

将估算作为检验精算结果的一种常规手段，是培养学生良好计算习惯的重要环节。学生在完成计算后，常常因为缺乏有效的检验方法而无法发现错误。估算提供了一种快速、便捷的检验方式，能帮助学生判断计算结果的合理性。例如，在计算 516×7 时，学生可以先估算 $500 \times 7 = 3500$ ，那么精确计算的结果应该在 3500 左右。如果计算出的结果是三千多或四千多，说明可能是正确的；如果结果是三百多或者三万多，则很可能在计算或抄写过程中出现了错误。

教师应在日常教学中持续渗透“先估后算”或“算后估验”的思想，引导学生将估算内化为一种自觉的计算行为。通过长期坚持，学生不仅能显著提高计算的正确率，还能增强对数和运算的整体感知，即“数感”。这种在计算前后的预判和反思，本身就是一种重要的思维训练，它促使学生从宏观上把握运算，而不是仅仅局限于微观的步骤执行。

三、引导算法多样化，发展运算思维

算法多样化是指在解决同一个计算问题时，学生可以根据自己的知识背景、认知特点和思维习惯，采用不同的方法和策略。它鼓励学生独立思考，尊重学生的个性化想法，是激活学生思维、发展运算思维的重要途径。在多样化的基础上

进行比较和优化,更能促进学生思维的深刻性与灵活性。

(一) 鼓励学生尝试不同算法

在教学新知时,教师不应过早地将最优算法或唯一算法呈现给学生,而应创设开放的探索空间,鼓励学生大胆尝试,用自己的方式去解决问题。当学生面对一个新的计算任务时,他们会很自然地调动已有的知识经验。例如,在计算“ $9+5$ ”时,学生可能会出现多种算法:逐个计数的“点数法”;从9开始接着数的“接数法”;利用凑十思想的“凑十法”(将5分成1和4, $9+1=10$, $10+4=14$);甚至还有学生可能想到“假设法”(假设是 $10+5=15$,因为9比10少1,所以结果是14)。

这些方法在思维水平上存在差异,但每一种方法都反映了学生当前的认知状态和思维路径。教师的角色是问题的激发者和学习的促进者,应充分肯定每一种来自学生真实思考的方法,哪怕是看起来比较“笨拙”的方法。这种包容和鼓励的态度,能够极大地保护和激发学生的求知欲和创新精神,让他们感受到学习数学的乐趣和成就感,为后续的交流和优化奠定积极的心理基础。

教师要认识到,允许和鼓励算法多样化,其实质是尊重学生的个体差异,将学习的主动权真正交还给学生。它为学生提供了一个展示自己思维过程的舞台,使得教学过程不再是单一的知识传递,而是丰富多彩的思维碰撞。学生在尝试不同算法的过程中,实际上是在对已学知识进行重组和应用,这本身就是一种高层次的思维活动,对于加深知识理解、构建知识网络具有不可替代的作用。

更为重要的是,尝试不同算法的过程,也是培养学生发散性思维的过程。学生不再局限于一种固定的解题模式,而是学会从多个角度去分析问题、解决问题。这种思维的开放性和灵活性,是未来应对复杂多变问题所必需的重要品质。因此,在课堂上为学生提供充足的探索时间和空间,让他们自由地思考和尝试,是发展其运算思维的宝贵机会。

(二) 组织学生交流比较算法

在学生独立探索并产生了多种算法之后,及时组织全班范围的交流与比较,是实现思维碰撞、深化理解的关键环节。这个环节的目标不仅仅是展示“有哪些方法”,更重要的是引导学生去理解“这些方法是怎么想的”以及“它们之间有什么异同”。教师应为学生搭建一个平等的对话平台,让提出不同算法的学生都有机会清晰地阐述自己的思考过程。



在交流中,学生可以相互学习,开阔思路。原本只掌握一种方法的学生,通过倾听他人的讲解,可以了解到解决问题的其他路径;而已经掌握多种方法的学生,则可以在比较中加深对每种算法本质的理解。教师在此过程中要引导学生进行有效的比较,例如可以提问:“这两种方法有什么相同的地方?”“哪种方法你觉得更简单一些?为什么?”“在什么情况下用第一种方法会更方便?”

通过这样的比较和讨论,学生会逐渐发现不同算法的特点和适用范围。例如,在比较“凑十法”和“点数法”时,学生会认识到“凑十法”利用了数的组成和加法交换律、结合律的思想,虽然思考过程相对复杂,但计算步骤更简便,尤其是在处理较大数目的加法时优势更为明显。这种在比较中进行的分析和评价,能够有效提升学生思维的批判性和深刻性。

(三) 引导学生优化算法

算法多样化不是最终目的,在多样化的基础上实现算法的优化,才能真正促进学生思维的发展和运算效率的提升。优化,并不是由教师指定一个“最佳方法”让学生去记忆,而是一个引导学生根据特定情境和自身理解,自主选择或创造出更为简洁、高效、合理算法的动态过程。这是一个“再创造”的过程,是学生思维水平实现跃升的体现。

优化的标准并非唯一。对于计算能力较强的学生,他们可能追求的是步骤最少、速度最快的算法;而对于部分学生来说,最容易理解、最不容易出错的方法,就是他们现阶段的“最优算法”。教师需要引导学生建立自己的评价标准,并能在不同情境下灵活选择。例如,在计算 $25+24$ 时,有的学生采用笔算,有的学生采用口算 ($25+20=45$, $45+4=49$),还有的学生可能会想到凑整 ($25+25-1=49$)。教师可以引导学生讨论,在需要快速口算时,哪种方法更具优势。

引导优化的过程也是培养学生抽象概括能力的过程。当学生接触了足够多的计算实例后,教师可以引导他们去发现一些具有普遍性的简便运算规律,如加法交换律、结合律,减法的性质等。学生在理解了这些运算定律的本质后,就能主动地运用它们来优化自己的计算过程,例如在计算“ $165-97$ ”时,能自主想到“ $165-100+3$ ”这样的优化算法。这标志着学生的运算思维已经从对具体算法的模仿,上升到了对运算律的自觉运用和策略选择的更高层次。

第三节 运算策略的教学指导

运算能力是数学核心素养的关键组成部分，为学生逻辑思维和解题能力的培养奠定坚实基础。本节将深入探讨口算、笔算及简便运算的教学策略，核心目标是提升学生的运算效率与准确性，进而发展他们的数学思维。

一、口算与心算策略指导

口算与心算不仅是运算能力的基础，更是日常计算乃至复杂运算的基石。有效的指导能帮助学生建立数感，形成快速准确的反应，增强学习数学的自信。

（一）基本口算的训练方法

视听结合，强化感知。教师可利用卡片、课件等工具快速呈现口算题，要求学生迅速报出答案。听算练习也同样重要，教师口述算式，学生直接作答。这种视听交替训练能够有效刺激学生大脑，锻炼其短时记忆和信息处理速度。训练初期可放慢速度，随学生熟练度提高而加快节奏。

游戏竞赛，激发兴趣。将枯燥的口算练习融入“开火车”、“抢答赛”等游戏中，能有效提高学生参与度。竞争机制的引入，使学生在轻松愉快的氛围中完成大量练习。教师可根据教学内容设计游戏规则，通过奖励激励学生积极思考，在不知不觉中提升口算能力。

定时定量，持之以恒。每天安排5到10分钟的口算专项训练，是巩固能力的重要保证。可设计不同难度的口算练习卡，要求学生在规定时间内完成，这既考验速度也考验准确率。教师应及时批改反馈，引导学生分析错因，持之以恒的定时训练有助于培养学生良好的学习习惯。

（二）常用心算技巧的传授

心算技巧是口算能力的升华，它要求学生在理解算理的基础上，掌握灵活的计算策略。教师传授技巧时，不应只是告知方法，更应引导学生探索发现。例如，在教学“凑十法”时，教师可以创设情境，引导学生思考如何将 $9+6$ 这类算式计算得更简便。通过引导，学生会发现将6分成1和5，先算 $9+1=10$ ，再算 $10+5=15$ 会更简便。这个探索过程让学生学会方法，更理解其背后的转化思想。

传授心算技巧时，可分类进行，并结合实例说明。

1. 分解组合法：在多位数加减法中，将其中一个数分解成整十数或整百数



与较小的数，然后分步计算。例如， $56+28$ 可以分解为 $56+20+8$ 。

2. 借整凑整法（或叫补数法）：当算式中的一个数接近整十、整百时，可以先将其看作整十、整百数进行计算，然后对结果进行修正。例如，计算 $198+65$ 时，可先算 $200+65$ ，再减去 2。

3. 商不变性质：在除法心算中，可以利用商不变的性质，将被除数和除数同时乘以或除以相同的非零数，从而简化计算。例如， $250 \div 50$ 可以简化为 $25 \div 5$ 。这些技巧需要充足练习才能熟练运用。

（三）口算与心算的日常练习

口算与心算能力的培养需融入教学和生活的方方面面。课堂教学的起始阶段是口算练习的黄金时间。教师可在每节课前安排几分钟的口算热身，内容可为旧知复习或新知铺垫。这样的安排既能帮助学生快速进入学习状态，又能日积月累地提升其运算技能。

教师应鼓励学生将口算应用于解决实际生活问题。例如，购物时快速计算总价和找零；规划时间时计算任务总时长。这种与生活紧密结合的练习，让学生体会数学的实用价值，在真实情境中锻炼心算能力，使其自发思考和运用计算策略。

作业设计也可以成为日常练习的有效载体。除了专门的口算练习，教师可在常规作业中穿插要求心算完成的题目，或设计多步计算的综合性问题。这能引导学生主动判断何时使用口算，培养其灵活选择计算方法意识。

建立个人错题档案也是有效的日常练习方式。学生可将自己常错的口算题记录下来，定期回顾重做。教师引导学生分析错误原因，是概念不清、技巧不熟还是粗心。通过针对性的反复练习，学生可以逐步克服薄弱环节，提高准确性。

二、笔算策略指导

笔算是进行多位数运算和解决复杂问题的主要工具。规范的笔算教学不仅关系计算准确性，更是培养学生严谨、细致学习态度的重要途径。

（一）规范笔算书写格式

笔算教学的首要任务是帮助学生建立起规范的书写格式意识。教师从一开始就应严格要求学生做到“数位对齐”。无论是进行加减法还是乘除法运算，相同数位上的数字都必须上下对齐。教师可通过在田字格中示范，直观展示对齐的重要性。对于低年级学生，让他们在田字格练习本上书写，能利用格子辅助养成对

齐习惯。清晰整洁的书写格式是正确计算的根本保障。

除了数位对齐，运算符号、横线等也需规范。横线要用直尺画，长度适中。在多步计算的竖式中，每一步的结果书写位置都应清晰明了。教师在板书和作业批改中必须坚持统一标准，对不规范书写要及时纠正，并说明规范书写能帮助理清思路，减少因书写潦草导致的错误。通过反复强调，让规范书写内化为学生的自觉行为。

（二）强调笔算过程中的验算

验算不是计算的附加步骤，而是笔算中不可或缺的重要环节，是自我检查和修正错误的有效手段。教师需要向学生明确验算的重要性，让他们认识到通过验算可以及时发现并纠正差错，从而保证结果的准确性。教学中，应将验算作为笔算的固定流程，要求学生在完成计算后必须进行验算。

教师应教会学生多种验算方法，并引导他们灵活选用。加法用减法验算；减法用加法验算；乘法用除法验算；除法用乘法验算。交换运算数位置再算一遍也是常用方法。掌握多种验算方法能提高检查效率，还能加深学生对四则运算关系的理解。

培养验算习惯需要一个长期的过程。初期，教师可要求学生写出完整的验算过程。当学生养成意识后，可鼓励他们进行快速心算验算。教师在批改作业时，对没有验算的情况要指正，对于通过验算自己发现并改正错误的学生要及时表扬。这种正向激励能够强化学生的验算意识，使其从“要我验算”转变为“我要验算”。

（三）处理笔算中的进位与退位

进位和退位是多位数加减法笔算的难点，也是学生出错的重灾区。教学时不能仅停留在“满十进一”或“借一当十”的口诀上，应借助教具图示，帮助学生深刻理解其算理。例如讲解加法进位时，用小棒、计数器直观演示“10个一捆成1个十”的过程，让学生明白“进位”的本质。同样，讲解减法退位时，也要演示“打开1捆十，变成10个一”的过程，让学生真正理解“退位”的含义。

为了帮助学生准确处理进位与退位，可以指导他们使用一些标记方法。

1. 进位标记法：在计算加法时，当某一位相加满十，向前一位进“1”后，可用小圆点或小“1”做标记，提醒自己计算该位时不要忘记加上进位数。

2. 退位标记法：计算减法时，当某一位不够减而向前一位借“1”后，应立即在被借的数位上做标记，表示该数已减“1”，避免后续计算中出错。这些标

记是有效的思维拐杖，能显著降低初学者的错误率。

三、简便运算策略指导

简便运算是衡量学生运算能力高低的重要标志。它要求学生能主动观察数据特征，灵活运用运算定律与性质，选择最优计算路径，是数学思维灵活的体现。关于简便运算中常用的定律和性质，可参见下表列出的四则运算基本定律与性质表：

四则运算基本定律与性质表

运算类型	定律 / 性质名称	代数表达式	简便运算思想
加法	交换律	$a + b = b + a$	改变顺序，利于凑整
	结合律	$(a + b) + c = a + (b + c)$	组合数字，利于凑整
乘法	交换律	$a \times b = b \times a$	改变顺序，利于凑整 (如 25×4)
	结合律	$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$	组合数字，利于凑整 (如 125×8)
	分配律	$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$	混合运算中拆分或合并
减法	减法性质	$a - b - c = a - (b + c)$	连续减去两数等于减去和
除法	除法性质	$a \div b \div c = a \div (b \times c)$	连续除以两数等于除以积

(一) 运算定律的灵活运用

运算定律是简便运算的理论基础，主要包括加法和乘法的交换律、结合律，以及乘法分配律。教学的核心在于引导学生理解定律本质，而非背诵公式。教师可创设生活情境，让学生在解决问题中自发产生改变运算顺序的需求，从而感知定律的合理性与优越性。

加法交换律和结合律的综合运用是凑整思想的体现。教学中要引导学生养成“先观察、再计算”的习惯。看到一长串数字相加，首先寻找能凑成整十、整百的数对。例如计算“ $68+75+32$ ”时，引导学生观察到 68 和 32 可凑成 100，从而交换位置先算，使计算大大简化。

乘法分配律是简便运算的重点和难点，其运用形式灵活。除了正向运用，更要教会学生逆向运用，即 $a \times c + b \times c = (a+b) \times c$ 。例如，计算 $38 \times 7 + 62 \times 7$ 时，引导学生发现公因数 7，可将 38 和 62 先相加凑成 100，再乘以 7。这种逆向思维的训练对于提升学生的数学思维灵活性至关重要。

教师需设计有层次性的练习，从特征明显的题目入手，逐步过渡到需要观察和变形才能运用定律的题目。鼓励一题多解，比较不同方法的优劣，在思辨中深化对运算定律的理解，形成自觉运用简便算法的意识。

（二）运算性质的巧妙变形

除了运算定律，减法和除法的性质也是实现简便计算的利器。例如，减法的性质指出，一个数连续减去两个数，等于减去这两个数的和，即 $a-b-c=a-(b+c)$ 。这个性质在处理“凑整”减法时非常有用。比如计算 $452-199-101$ 时，若引导学生发现 199 与 101 的和是 300，问题就转化为 $452-300$ ，计算变得异常简单。教学中要让学生理解性质由来，避免机械套用。

除法的性质，即一个数连续除以两个数，等于除以这两个数的积， $a \div b \div c = a \div (b \times c)$ ，同样具有简化运算的功能。例如，计算 $3200 \div 25 \div 4$ 时，若引导学生观察到 $25 \times 4=100$ ，即可将算式转化为 $3200 \div 100$ ，结果一目了然。教学时，教师应通过对比不同算法，让学生亲身感受运用性质带来的便捷，激发他们探索简便算法的兴趣。

（三）特殊数字的凑整与拆分

在简便运算中，“凑整”是一种核心的数学思想。除了利用运算定律，对接近整十、整百的特殊数字进行巧妙处理，是另一种重要策略。这种策略常被称为“借整凑整”或“补差法”。当算式中出现类似 99、198 这样的数字时，要引导学生将其看作 $100-1$ 、 $200-2$ 来处理，从而把复杂计算转化为简单口算。

“拆分”是实现凑整的有效手段。当算式中没有可以直接凑整的数时，可通过拆分其中一个数来“制造”出能够凑整的数。例如，计算 $126+48$ 时，可将 48 拆成 4 和 44，先算 $126+4=130$ ，再算 $130+44=174$ 。此法的关键在于引导学生学会观察数的特征，思考如何拆分才能使计算最简单。

对于一些带有特殊数字的乘法，也可通过拆分来简化。例如计算 25×12 时，可将 12 拆成 4×3 ，原式变为 $25 \times 4 \times 3=300$ 。又如 125×88 ，可将 88 拆成 8×11 ，原式变为 $125 \times 8 \times 11=11000$ 。这类技巧的教学不应追求数量，而应注重质量，让学生在理解的基础上举一反三，真正掌握凑整与拆分的思想精髓。



第四节 运算错误的诊断与纠正

运算能力是小学数学核心素养的重要组成部分，但运算错误是学生学习过程中的普遍现象。及时、准确地诊断错误根源并采取有效的纠正策略，对于切实提高学生的数学运算能力和学科素养，具有不可替代的关键作用和实践意义。

一、小学生常见运算错误类型分析

小学生的运算错误并非孤立与偶然，其背后往往隐藏着复杂的认知与非认知因素。深入剖析这些错误发生的具体类型，是教师实施有效教学干预、实现精准指导的前提和基础。通常，这些错误可以系统地归纳为知识性、心理性和习惯性三大类别。小学生常见的运算错误类型、核心成因与针对性对策，可见下方的小学生运算错误类型、成因与对策速览表：

小学生运算错误类型、成因与对策速览表

错误类型	核心成因	典型表现	针对性纠正策略
知识性	概念不清、法则混淆、定律不熟	进退位错乱、混用分数加乘法法则、运算顺序错误	借助教具二次教学、概念澄清、原理重构
心理性	感知粗略、记忆模糊、思维定势	看错符号数字、乘法口诀不牢、新题套用旧模式	视觉分辨训练、记忆辅助策略、对比辨析训练
习惯性	书写潦草、过程缺失、懒于验算	数字辨认不清、列式错位、心算导致漏步、结果错误不自知	规范书写要求、过程步骤检查、强制验算养成

（一）知识性错误

知识性错误源于学生对数学基础知识的理解不够扎实、不够深刻。这类错误是运算失误中最根本、最核心的一类，直接反映了学生在数学认知建构上的缺陷。例如，学生对“数位”、“进位”、“退位”等基本概念理解模糊或不够深入，就会在多位数加减法中出现明显的错位或计算混乱。如果对小数点的意义和功能理解不透彻，则会在小数运算中随意移动小数点，导致结果出现数量级的偏差。可见，这些运算失误的根源在于概念地基的不稳固。

当学生对不同运算的法则产生混淆时，错误便会频繁发生。在学习分数乘法后，学生在计算分数加法时可能会错误地套用“分子乘分子，分母乘分母”的法则，忘记了通分的基本要求。运算顺序的混淆也极为普遍。学生在处理含有括号

或多种运算的混合算式时，常常因为未能严格遵守“先乘除后加减、有括号先算括号内”的基本规则，而导致最终结果出现错误。

这类错误还体现在对运算定律和性质的掌握不熟练。学生可能记住了运算定律的名称，但在实际计算中却不能灵活运用，不懂得通过凑整、交换、结合等方法进行简便运算。他们倾向于按照固定的、机械的步骤进行计算，不仅效率低下，而且在复杂运算中更容易出错。这说明他们对知识的理解仍停留在表面，未能内化为灵活解题的策略与能力。

（二）心理性错误

心理性错误与学生的感知、注意、记忆、思维等一系列心理活动息息相关，它并非纯粹由知识缺陷所导致。感知粗略是常见原因之一，表现为学生看错数字或运算符号，例如将“6”看成“9”，将“+”看成“×”，或者在抄题过程中抄错数字，导致“一步错，步步错”。这类错误往往与学生注意力不集中、观察不够细致有关，尤其在题目数字较多、形式复杂时更容易出现。

另一重要表现是记忆模糊。数学运算涉及大量需要准确记忆的规则和程序，例如乘法口诀、特殊数值的平方、长除法的步骤等。当学生的记忆出现偏差或遗忘时，运算必然受阻。学生在进行多位数除法时，可能会忘记某个中间步骤，或者对乘法口诀记忆不牢，导致试商环节耗时过长且频繁出错。这种模糊的记忆使得运算过程难以顺畅、准确地进行。思维定势则是一种更为隐蔽的心理障碍。学生在长期解决某一类问题后，会形成固化的思维模式。当遇到看似相似但实质不同的新问题时，他们会不假思索地套用旧有模式，从而导致错误。例如，在解决“一个数的3倍是15，求这个数”之后，遇到“15的3倍是多少”时，部分学生仍可能习惯性地使用除法。这种思维上的僵化阻碍了学生审题的灵活性和面对新问题的解题适应性。

（三）习惯性错误

习惯性错误与学生的学习态度、行为方式和意志品质紧密相连，是长期养成的不良学习习惯的直接体现。书写潦草是引发运算错误的“低级”但又普遍的原因。学生书写的数字难以辨认，如“1”和“7”、“0”和“6”混淆不清；在列竖式时，数位不对齐，导致计算时看错对应位，使本应正确的计算走向错误。这种潦草的书写不仅影响结果的准确性，也为后续的检查 and 反思制造了巨大的障碍。

运算过程的缺失是另一个显著的问题，尤其在运算技能有所提升的中高年级



学生中更为常见。部分学生为了追求速度，过度依赖口算或心算，省略了必要的中间步骤和草稿演算。这种做法极大地增加了大脑的认知负荷，当运算步骤稍多或数字稍复杂时，就极易出现纰漏。缺乏书面的运算过程，也使得错误发生后无法追溯和定位，学生不知道自己错在哪里，教师也难以进行有针对性的指导。

懒于验算是导致错误未能被及时发现和纠正的关键坏习惯。许多学生将完成计算视为任务的终点，认为验算既繁琐又浪费时间，缺乏对结果负责的意识。他们要么完全不验算，要么只是草草地重看一遍，无法真正起到检查的作用。验算不仅是保证运算准确性的重要手段，更是一种严谨、细致的科学态度的体现。缺乏验算习惯，意味着学生放弃了自我纠错、自我完善的宝贵机会，使得一些本可避免的错误固化下来。

二、运算错误的诊断方法

准确的诊断是有效纠正的前提。教师不能仅仅满足于简单地判断对错，更应像医生一样深入探究错误的“病因”。通过综合运用多样的诊断方法，可以全面、立体地了解学生在运算过程中遇到的具体困难，从而为后续的精准施教提供科学依据。

（一）作业分析法

作业分析法是诊断学生运算错误最常用、最直接的方法。教师通过对学生的日常作业、练习册、单元测验等进行系统性的批阅和分析，可以收集到大量关于学生运算能力的真实数据。分析的重点不应仅仅停留在最终答案的对错上，而应深入到学生的解题过程、步骤和书写细节之中，从中寻找错误的规律和模式。

在具体操作时，教师可以进行如下分析：

1. 寻找普遍性问题。通过对全班学生的作业进行横向比较，快速找出大部分学生都容易出错的知识点或题型。这种共性错误往往反映了教师在课堂教学中可能存在的疏漏或难点处理不当的问题，需要通过集体讲评、补充教学等方式进行统一解决，以优化整体教学效果。

2. 关注个体差异。对个别学生反复出现的特定错误进行纵向追踪和记录，建立个人“错题档案”。教师需要仔细甄别这些错误属于哪个类型，是概念不清还是习惯不良，并记录其频率与情境。通过对比学生在不同时间段的作业，还能清晰地观察到其进步的轨迹或问题的固化程度，为后续的个别访谈和辅导提供第一手资料。

（二）访谈法

作业分析揭示了“什么”错了，而访谈法则能深入探究“为什么”会错。这是一种通过与学生进行面对面交流，让其重现思维过程的诊断方法。访谈法能有效弥补书面分析的不足，帮助教师洞察学生在纸面上无法体现的内在思考路径、认知冲突和心理状态。它为教师提供了一个倾听学生心声、理解其真实困惑的宝贵窗口。

实施访谈时，教师需要创造一个轻松、信任、无压力的交流氛围，避免让学生感到被“审问”。提问方式应以启发式、开放式为主，例如，可以指着一道错题，温和地问：“可以告诉老师你是怎样算出这个答案的吗？”或者“在做这一步的时候，你是怎么想的呢？”。通过引导学生“边说边做”，教师可以清晰地观察到其在哪个环节出现了概念混淆、法则误用或逻辑中断。

访谈法的价值在于其诊断的深度和精度。它对于识别那些隐藏较深的思维定势、不稳定的记忆片段以及由于焦虑、不自信等引发的心理性错误尤其有效。学生在口头复述过程中暴露出的犹豫、矛盾或错误的逻辑推理，是任何书面材料都无法替代的宝贵诊断信息。这些信息直接指向了问题的深层根源，使得后续的纠正策略更具针对性，也更富有人性化关怀。

（三）课堂观察法

课堂观察法是指教师在日常教学活动中，有目的、有计划地观察学生在运算相关环节中的具体表现，从而获取即时性诊断信息的一种方法。与作业分析的事后性和访谈的刻意性不同，课堂观察能够捕捉到学生在自然学习状态下的真实行为和反应，尤其是在独立练习、小组合作或回答问题等动态情境中。

观察的内容可以非常广泛，包括学生在进行计算时的专注程度、是否借助手指或草稿纸等辅助工具、书写是否工整规范、遇到难题时的第一反应是放弃、求助还是积极尝试，以及在小组讨论中如何表达自己的运算思路等。教师可以重点关注那些运算能力相对较弱或错误频繁发生的学生，细致地记录下他们的行为细节。例如，一个学生总是在口算时显得非常吃力，或者在列竖式时频繁地涂改，这些细节都可能预示着其在基础知识或学习习惯上存在特定问题。这种在真实情境中收集的信息，能够有效地补充和验证通过其他方法得出的初步诊断，使教师对学生的评估更加全面和立体，避免了片面性。



三、运算错误的纠正策略

诊断的最终目的在于科学、有效地纠正。针对不同类型和成因的运算错误,教师需要采取多样化、个性化的纠正策略,避免“一刀切”式的简单重复练习。通过精准施策,帮助学生从根本上克服运算障碍,形成稳固、灵活的运算技能。

(一) 针对错误类型,进行个别辅导

个别辅导是实现因材施教、精准纠正的最核心手段。在对学生的错误类型做出准确诊断后,教师应立即开展具有高度针对性的“一对一”或“一对多”的辅导,确保辅导内容与学生的的问题直接对应。这种“靶向治疗”的方式,远比大水漫灌式的集体讲解更为高效。

对于知识性错误,辅导的重点是“补缺”与“澄清”。教师需要追根溯源,回到学生概念不清或法则混淆的起点,进行二次教学。此时可以借助更为直观的教具、学具,如使用小棒、计数器来重构“数位”和“进位”的概念,或通过画线段图来阐释分数运算的算理。目标是让学生真正理解“为什么”这样算,而不仅仅是记住“怎么样”算。

对于心理性错误,辅导的重点在于“疏导”与“调整”。针对感知粗略的学生,可以进行一些视觉分辨训练;针对记忆模糊的学生,可以引导其使用口诀、歌谣或流程图等记忆辅助策略。对于存在思维定势的学生,教师要精心设计一些能够打破其惯性思维的“陷阱”题,引导他们通过对比、辨析,学会审慎分析问题,提高思维的灵活性。

对于习惯性错误,辅导的重点则是“规范”与“养成”。教师需要对学生的书写、计算过程提出明确、具体的要求,并持续监督。可以提供田字格本规范书写,要求演算必须有草稿且步骤清晰,并将验算作为完成作业的必要环节进行检查。通过不断的提醒、示范和积极强化,逐步帮助学生用严谨、细致的良好习惯替代原有的不良习惯。

(二) 设计错题集,引导学生反思

纠正错误并非仅仅是教师的单方面责任,更需要引导学生主动反思,成为自己学习过程的主人。建立和使用错题集,正是培养学生自我反思、自我监控能力的重要载体。一个有效的错题集不应是错题的简单堆砌,而应成为学生剖析自我、探究错误根源的“学习档案”和“成长日记”。

教师应指导学生如何规范地整理错题集，其核心要素通常包括：抄录原题、记录自己的错误解法、书写正确的解法，以及最关键的一步——“错误原因分析”。在这一环节，学生需要用自己的话描述出当时是怎么想的，为什么会犯错，并将错误归类（如概念不清、审题失误、计算马虎等）。这个过程强制学生直面自己的错误，并对其进行深入的理性剖析。教师的角色是定期检查学生的错题集，对其“错误原因分析”的深度和准确性进行点评和引导，帮助学生更精准地认识到自己的问题所在。通过定期回顾错题集，学生能够清晰地看到自己常犯的错误类型，从而在后续学习中提高警惕，有效避免在同一个地方“跌倒”两次，真正实现从错误中学习、在反思中进步。

（三）开展变式练习，巩固正确算法

在学生通过辅导和反思初步理解了正确的方法之后，必须通过适度的练习来巩固和内化。单纯、机械的重复性练习效果有限，容易让学生感到枯燥，甚至会强化死记硬背。开展高质量的变式练习，是巩固正确算法、发展思维灵活性的高效途径。

变式练习的核心在于“变”，即在保持知识点核心不变的前提下，变换题目的呈现形式、数据、情境或设问角度。例如，在纠正了一个关于除法运算的错误后，练习题可以从基本计算“ $72 \div 8$ ”，变为填空“ $\times 8 = 72$ ”，再变为解决问题“72个苹果，每8个装一盘，可以装几盘？”，最后提升为“72个苹果，装了9盘，平均每盘装几个？”。这些题目围绕同一核心知识，但考察角度各不相同。

这种练习设计能够促使学生从多个维度去审视和理解同一个运算方法的核心，从而有效避免对单一题型的机械模仿。它要求学生不仅要会算，还要理解运算的意义以及不同运算之间的内在联系。通过解决一系列有梯度的变式题，学生对算法的理解会从程序化、僵化的状态，提升到概念化、灵活应用的高度。这不仅巩固了正确的运算技能，还有效地预防了思维定势的产生，极大地提升了学生举一反三和解决实际问题的综合能力。

第七章 推理能力的发展研究

推理能力是数学核心素养的重要组成部分，它贯穿于数学学习与探究的全过程。本章将系统研究数学推理的类型、特点，以及小学生推理能力的发展规律与培养路径，为一线数学教学提供坚实的理论支持与切实可行的实践指导。

第一节 数学推理的类型与特点

数学推理是思维进入数学世界的“通行证”，理解其丰富的类型与鲜明的特点，是把握数学本质、提升学生思维品质的前提。本节将深入剖析数学推理的基本样貌，揭示其在数学学科中的独特价值。

一、数学推理的内涵与意义

数学推理不仅是一种方法论，更是一种深刻的思维活动。它为数学知识体系的建立提供了坚固的逻辑框架，同时也深刻地影响着个体的认知发展，是连接知识与智慧的桥梁，其内涵丰富，意义深远。

（一）数学推理的定义

数学推理是依据已有的数学事实（如定义、公理、定理等）和逻辑规则，来判定新的数学命题真伪或发现新的数学规律的思维过程。它并非简单的计算或知识复述，而是一种从已知到未知的思维跨越，是构建数学知识体系、进行数学探索与创新的根本方式。这个过程要求思维具有方向性、逻辑性和严谨性，确保每一步推导都言之有据，从而保证最终结论的可靠性与正确性。

在小学数学教育中，推理意识的培养尤为关键。它帮助学生不仅仅满足于知道“是什么”，更能主动探索“为什么”和“怎么样”。例如，学生在学习“三角形内角和是 180° ”时，通过测量、撕拼等活动直观感受并相信这个结论，这其中就蕴含了初步的归纳推理活动。接着，教师引导学生说明理由的过程，就是对推理重要性的初步感知。这种思维活动能够将零散的知识点串联成线，进而编织成网，形成结构化的数学认知。



（二）数学推理在数学学科中的核心地位

数学被誉为“宇宙的语言”，而推理则是这门语言的语法和逻辑。数学知识体系之所以严谨、可靠，正是因为其所有结论都建立在严密的逻辑推理之上。从基本的公理系统出发，借助演绎推理，数学家们构建起宏伟的理论大厦。可以说，没有推理，就没有真正意义上的数学。它不仅是证明数学定理的唯一途径，也是发现新知识、提出新猜想的重要手段。数学的发展史，在很大程度上就是一部数学推理方法的演进史。

在数学学习中，推理能力是衡量学生是否真正掌握数学精髓的重要标志。具备良好推理能力的学生，能够透过复杂的题目情境，抓住问题的本质和数量关系，有条理地进行分析 and 判断，最终找到解决方案。他们不仅能够解决已知类型的问题，还能够新的情境下进行知识的迁移和创新，展现出更强的数学潜力。例如，在解决“鸡兔同笼”这类问题时，学生需要运用假设、分析和逻辑推导，这个过程都是推理能力的集中体现。

发展学生的思维能力，是数学教育的根本目标之一，而推理能力无疑是其中最核心的环节。它连接着数学的各个知识板块，无论是“数与代数”、“图形与几何”还是“统计与概率”，都离不开推理的支撑。因此，教师在教学中，应有意识地创设需要逻辑推理的问题情境，引导学生亲历观察、猜想、验证和论证的全过程，使其在潜移默化中体会数学的逻辑之美，从而养成凡事讲求依据、不轻易下结论的科学探究精神。

（三）数学推理对思维发展的价值

数学推理的价值远远超出了数学学科本身，它对学生的整体思维发展，乃至未来的学习和生活都具有深远的影响。培养数学推理能力，本质上是在塑造一种严谨、有序、深刻的思维品质。通过持续的推理训练，学生能逐步形成系统化、结构化的思维习惯，显著提升分析问题和解决问题的能力。这种思维习惯可以有效迁移到其他学科的学习和日常生活中。

具体而言，数学推理的训练能够有效促进学生逻辑思维、批判性思维和创造性思维的发展。在推理过程中，学生需要清晰地表达自己的思考过程，做到言之有理、据之有物，这锻炼了他们思维的条理性和逻辑性。同时，在评价一个推理过程是否正确，或者在多种解法中进行选择时，学生需要运用批判性眼光审视每一个环节，这培养了他们的批判性思维。当面对一个新颖的问题，需要综合运用

已有知识、通过类比或归纳提出猜想时，又激发了他们的创造性思维。

二、数学推理的主要类型

数学推理并非单一模式，而是由多种形态构成，主要包括合情推理与演绎推理两大类。它们如同数学思维的两翼，各自拥有独特的功能，又相互依存、紧密配合，共同驱动着数学的发现与发展。

（一）合情推理

合情推理是根据已有的事实和经验，通过观察、实验、比较和猜想等方式，推测出一般性结论的推理方法。它的结论不保证绝对正确，但具有一定的可能性和启发性，是数学发现的源泉和创新的起点。合情推理主要包括归纳推理和类比推理。

1. 归纳推理是从特殊到一般的推理过程。它是通过考察一系列个别对象的属性，从中发现共同的规律或模式，然后推广到该类事物的全体。例如，在教学乘法交换律时，教师可以引导学生计算“ $3 \times 5 = 15$ ”和“ $5 \times 3 = 15$ ”、“ $4 \times 6 = 24$ ”和“ $6 \times 4 = 24$ ”等多组算式，让学生观察并发现“交换两个因数的位置，积不变”这一规律。这个过程就是典型的归纳推理，它让学生亲身经历了知识的形成过程，获得的认识更加深刻。

2. 类比推理是从特殊到特殊的推理过程。它是基于两个或两类对象在一系列属性上的相似性，推断它们在其他属性上也可能相似。比如，学生在学习了长方形的面积计算公式（长 $\times$ 宽）后，可以通过类比，猜想平行四边形的面积是否也等于“底 $\times$ 高”。这种基于结构相似性的猜想，为后续的探索指明了方向。

合情推理在激发学生探究欲望、培养数学直觉方面扮演着重要角色。它鼓励学生大胆猜想，积极探索，在尝试和修正中逐步逼近真理。虽然其结论尚待证明，但这个过程充满了创造性和探索的乐趣，能够有效激发学生的学习兴趣 and 主动性。

（二）演绎推理

演绎推理是从一般到特殊的推理过程，它以一个或几个已知为真的判断（前提）为依据，必然地推导出另一个新判断（结论）的思维方法。演绎推理最显著的特点是其“保真性”——只要推理的前提真实可靠且逻辑形式有效，那么结论就必然是正确的、毋庸置疑的。这种特性使得演绎推理成为数学证明和建立理论体系的核心工具。



小学数学中的演绎推理虽然不像中学那样强调严格的格式，但其思想无处不在。典型的演绎推理形式是三段论，它包含一个大前提、一个小前提和一个结论。例如：“所有长方形的对边都相等（大前提）；这个图形是一个长方形（小前提）；所以，这个图形的对边相等（结论）。”关系推理则是根据对象之间的关系进行推导，例如，知道“小红在小明左边，小丽在小红左边”，可以推理出“小丽在小明的左边”。学生在解决许多数学问题时，都需要在头脑中进行这样一环扣一环的逻辑推导，这实质上就是在进行演绎推理。

（三）两种推理的关系与互补

合情推理与演绎推理是两种不同但又紧密联系的思维方式，它们在数学认知活动中相互依赖、相互补充，共同构成了完整的推理过程。数学知识的发现过程往往始于合情推理，终于演绎推理。科学家和数学家常常通过观察大量的实验数据或特殊案例（归纳），或者从其他领域的模型中获得启发（类比），从而提出一个猜想或假设。这个阶段是合情推理的舞台，它为数学研究提供了富有创造性的方向和素材。

然而，合情推理得到的猜想仅仅是“可能为真”，它是否具有普遍性，还需要通过严格的演绎推理来证明。演绎推理接过接力棒，以公理、定义和已被证明的定理为出发点，运用严密的逻辑规则，一步步推导出最终的结论，从而赋予猜想以真理的地位。可以说，合情推理是“发现的逻辑”，它负责提出问题和猜想；而演绎推理是“证明的逻辑”，它负责检验和确认这些猜想。两者的主要区别和互补关系，可见下表列出的合情推理与演绎推理比较表：

合情推理与演绎推理比较表

特点	合情推理	演绎推理
思维方向	从特殊到一般（归纳）；从特殊到特殊（类比）	从一般到特殊（必然）
结论性质	具有可能性、启发性、猜想性	具有必然性、确定性、保真性
核心功能	发现新知识、提出猜想、探索规律	证明定理、建立体系、检验真伪
在数学中的地位	发现的逻辑	证明的逻辑
小学阶段表现	观察、实验、类比、直观操作	运用公式、基于定义、关系推导

在小学数学教学中，教师应注重将两种推理有机结合。例如，在探索“圆的周长与直径的关系”时，可以先让学生测量不同大小圆的周长和直径，计算它们的比值，通过归纳发现这个比值似乎是一个固定的数（ π ），这是合情推理。接着，

教师可以介绍圆周率的确定是一个严谨的数学过程,并引导学生运用公式 $C=\pi d$ 去解决具体问题,这就是演绎推理的应用。通过这样的教学设计,学生不仅能体验到探索和发现的乐趣,也能感受到数学的严谨与确定性,从而全面地发展推理能力。

三、小学生数学推理的特点

小学生的思维正处在由具体形象思维向抽象逻辑思维过渡的关键时期,这一认知发展规律深刻地影响着他们数学推理能力的表现。准确把握小学生数学推理的特点,是实施有效教学、促进其能力发展的基础。

(一) 从直观推理向抽象推理过渡

小学生的推理活动在很大程度上依赖于直观的、具体的材料和生活经验。在推理的初始阶段,他们需要借助实物、图形、模型或熟悉的生活情境来辅助思考。例如,在判断“二分之一和三分之一哪个大”时,他们很难直接通过抽象的符号进行思考,但如果借助折纸、分苹果等直观操作,就能清晰地看到并推理出二分之一更大。这种推理是与具体操作和感知紧密结合在一起的,带有明显的直观性。

随着年级的升高和认知水平的提升,学生对符号和数学语言的理解逐渐加深,逐步摆脱对具体实物的依赖,开始能够进行初步的抽象推理。他们可以根据一些已知的数学定义或性质进行推断。例如,在学习了“三角形的稳定性”后,他们能够推理出为什么要在门框上斜钉一根木条。这个过程标志着学生从仅仅依赖“看见”的推理,向着依赖“思考”的推理迈进,是其思维发展的一个重要飞跃。

这种从直观到抽象的过渡并非一蹴而就,而是一个长期、螺旋式上升的过程。在教学中,教师需要提供丰富的感性材料作为学生抽象思维的“脚手架”,并在恰当的时机引导他们脱离直观辅助,尝试用数学语言和符号进行思考和表达,从而平稳地实现这一过渡。

(二) 从非形式推理向形式推理发展

小学生的推理往往带有浓厚的个人经验色彩,是一种非形式化的推理。他们提出的理由可能更多是基于直觉、生活常识或个别经验,而不是严格的逻辑规则。例如,当被问及“为什么认为自己的答案正确”时,他们可能会说“我猜的”、“我感觉是这样”或者“上次我就是这么做的”。这种非形式推理在日常问题解决中具有一定的启发价值,但在数学领域,其结论需要被形式逻辑所检验。



随着数学学习的深入,学生开始接触越来越多的数学定义、法则和定理,并被要求按照一定的逻辑步骤来解决问题,这促使他们的推理逐步向形式化发展。形式推理强调推理过程的逻辑性和规范性,要求每一步推导都有明确的依据。例如,在进行多位数加法计算时,学生需要按照“相同数位对齐,从个位加起,满十向前一位进一”的算法规则进行操作,这个过程就内含了形式推理的元素。从能够模糊地“说理”,到能够清晰地、有步骤地进行论证,是小学生推理能力发展的重要体现。

(三) 推理水平具有明显的个体差异

由于先天遗传、后天教育环境、认知发展速度以及个人兴趣等多种因素的影响,小学生在推理能力的发展上表现出显著的个体差异。有些学生思维敏捷,能很快地从具体事例中发现规律,或进行清晰的逻辑演绎;而另一些学生则可能需要更多的直观支持和更长时间的思考。这种差异体现在多个方面,如推理的速度、深度、灵活性以及独立性等。

这种个体差异要求数学教育必须实施差异化教学。教师需要通过课堂观察、作业分析、交流访谈等多种方式,深入了解每个学生的推理能力现状和特点。对于推理能力较强的学生,可以提供更具挑战性的开放性问题,鼓励他们进行更深层次的探究和创造。对于暂时落后的学生,则需要给予更多的耐心和具体的指导,通过创设有趣的情境、提供操作学具、分解推理步骤等方式,帮助他们建立信心,逐步提升推理水平。承认并尊重差异,并在此基础上提供个性化的支持,是促进每一位学生推理能力实现最大化发展的关键。

第二节 合情推理的培养策略

合情推理是学生基于已有的知识和经验,通过观察、实验、猜想等探索性方式,对事物做出推断的思维过程。它是数学思维的核心要素之一,对于激发学生的创新精神和培养解决问题的能力,具有不可替代的重要性。小学数学教学应当高度重视合情推理的培养,通过设计恰当的教学活动,引导学生主动探索,发展其思维潜力。

一、在观察与实验中培养归纳推理

归纳推理是一种从特殊到一般的逻辑推演，是学生发现隐藏在现象背后的数学规律、构建数学概念的重要路径。在小学数学中，教师应当创造丰富的观察与实验机会，让学生通过亲身实践，经历从具体案例中抽象出一般性结论的全过程，从而有效培养其归纳推理能力。

（一）引导学生发现规律

引导学生发现规律是培养归纳推理的起点。教师的核心任务是精心设计富有启发性、契合学生认知发展阶段的观察材料和实验活动。例如，在“认识乘法”的教学中，可以呈现多个相同加数连加的算式，如 $3+3+3+3$ 、 $5+5+5$ 、 $2+2+2+2+2$ ，引导学生观察它们的共同特征，即“都是求几个相同加数的和”。通过观察与比较，学生能够自然地感受到将这类运算简化表达的必要性，从而主动探寻乘法这一新的运算方式。

在图形与几何领域，规律的发现同样至关重要。教师可以组织学生用小棒摆正方形：摆1个正方形需要4根，摆2个需要7根，摆3个需要10根……通过动手操作和记录数据，学生会观察到每增加一个正方形，小棒数量就增加3根。这个过程中，学生不仅看到了静态的图形，更洞察了图形变化背后的动态规律。教师在此基础上可以进一步追问：“如果想摆10个正方形，需要多少根小棒？”引导学生将发现的规律用更普适性的语言或代数式进行表达，完成从具体到抽象的飞跃，深化对规律的本质认识。

这种从具体实例出发，通过主动观察、比较、分析，最终发现其中蕴含的普遍规律的教学过程，正是对学生归纳推理能力的直接训练。它让学生体会到数学规律并非遥不可及，而是可以通过自己的探索去发现和把握的，这极大地增强了学生学习数学的自信心和成就感，为其后续的数学学习奠定了坚实的思维基础。

（二）鼓励学生提出猜想

在学生通过观察发现初步规律之后，及时鼓励他们大胆提出猜想，是推动归纳推理走向深入的关键环节。猜想是基于不完全归纳的一种创造性思维活动，它为后续的探究和验证指明了方向。教师需要营造一个民主、宽松、安全的课堂氛围，让每个学生都敢于表达自己的想法，即使这些想法可能不成熟甚至不正确。教师应珍视学生的每一个猜想，并将其视为宝贵的教学资源。



例如,在学习了三角形内角和是 180 度之后,可以引导学生思考:“四边形、五边形……多边形的内角和是多少呢?”学生通过动手测量或回忆已有知识,可能会发现长方形和正方形的内角和都是 360 度。基于这一观察,有学生可能会猜想:“是不是所有四边形的内角和都是 360 度?”这是一个非常有价值的猜想。教师此时不应直接判断其对错,而是要追问:“你为什么会这么想?”“这个猜想适用于任意一个四边形吗?”通过这样的追问,激发学生进一步思考和验证的欲望。

(三) 指导学生验证猜想

提出猜想只是合情推理的开端,更重要的是引导学生去验证猜想,这是培养严谨科学态度的重要一步。验证猜想的过程能让学生明白,一个数学结论的成立需要经得起检验,不能仅凭少数几个例子就轻易断定。教师应指导学生采用多种方法来检验自己提出的猜想,使其推理过程更加严密和完整。

指导学生验证猜想可以采用多种方式。

1. 举出更多范例:针对“所有四边形的内角和都是 360 度”的猜想,教师可以引导学生画出各种不同形状的四边形,如梯形、平行四边形、甚至是不规则的凹四边形,并通过测量或分割的方法(如将四边形分割成两个三角形)来计算其内角和,从而检验猜想的普遍性。

2. 寻找反例:在某些情况下,寻找一个反例就能直接推翻一个猜想。例如,有学生猜想“所有质数都是奇数”,教师可以引导他们回顾 20 以内的质数,当学生发现质数“2”时,这个猜想便被推翻了。这个过程能让学生深刻体会到数学结论的严密性。

3. 进行初步的逻辑说明:对于一些较为简单的猜想,可以引导学生尝试做出初步的解释。比如在验证多边形内角和规律时,学生通过分割发现一个 n 边形可以被分割成 $n-2$ 个三角形,从而推导出其内角和为 $(n-2) \times 180^\circ$ 。这已经从简单的归纳上升到了演绎的层面,是思维的巨大进步。

二、在比较与联想中培养类比推理

类比推理是根据两类对象在某些属性上的相似或相同,推断出它们在其他属性上也可能相似或相同的一种推理方法。它是连接新旧知识的桥梁,能够帮助学生在新知学习中实现有效的知识迁移,是培养学生创造性思维的重要策略。

（一）创设类比情境

要培养学生的类比推理能力，首先要为他们创设适宜的类比情境，即在呈现新知识时，有意识地唤醒学生头脑中与新知具有相似结构或特征的旧知，为类比的发生搭建平台。教师需要深入分析教材，精准把握新旧知识之间的内在联系，巧妙地设计教学环节，让学生自然而然地产生联想。

例如，在教学“圆的面积”时，学生已经掌握了平行四边形、三角形、梯形等直线图形的面积计算方法。这些方法的共同特点是“转化”，即将未知图形转化为已知的基本图形。教师可以在引入新课时提问：“我们之前学习计算图形面积时，用到了哪些好方法？”引导学生回顾“转化”思想。接着提出问题：“圆是一个曲线图形，我们能不能也把它转化成学过的图形来计算面积呢？”这样的情境创设，激活了学生脑海中关于“转化”的思维模型，为接下来探索圆的面积计算公式铺设了一条清晰的思维通道，学生会很自然地联想到“切分—拼接”的方法，尝试将圆转化为一个近似的平行四边形或长方形。

（二）寻找类比对象

在创设了类比情境之后，核心步骤是引导学生精确地寻找到合适的类比对象，并找出它们之间的对应关系。这个过程要求学生具备敏锐的洞察力，能够穿透表面现象，抓住事物的本质属性进行比较。教师的作用在于通过精当的点拨，帮助学生聚焦于关键特征，建立起新旧知识之间的“映射”。

继续以“圆的面积”为例，当学生通过切分和拼接，将圆转化成一个近似的长方形后，教师需要引导学生仔细比较这个长方形与原来的圆之间各部分的关系。长方形的面积等于长乘以宽，那么，这个“长”对应圆的什么？“宽”又对应圆的什么？学生通过观察会发现，这个近似长方形的长，大约是圆周长的一半($C/2$)，而它的宽，大约是圆的半径(r)。

这个寻找类比对象并建立其要素之间对应关系的过程，是类比推理能否成功的关键。它要求学生不仅仅是模糊地感觉“这个像那个”，而是要清晰地指出“这里的A对应那里的B，这里的C对应那里的D”。通过这种精细化的比较，学生对新旧知识的结构性相似有了更深刻的理解，为下一步的知识迁移奠定了坚实的基础，使得推理过程不再是盲目的猜测，而是有理有据的推断。

（三）进行类比迁移

进行类比迁移是类比推理的“临门一脚”，即将在旧知识（类比对象）上

成立的属性或方法，“嫁接”到新知识（目标对象）上，从而得到关于新知识的结论或猜想。这是从“相似”到“生成”的飞跃，是学生创造性地解决问题的体现。教师需要鼓励学生大胆地进行知识迁移，并对迁移后的结果进行审慎的检验和修正。

在“圆的面积”教学中，学生已经建立了圆与转化后的近似长方形之间的关系：长方形的长 $\approx$ 圆周长的一半（ πr ），长方形的宽 $\approx$ 圆的半径（ r ）。此时，教师可以引导学生进行类比迁移：“既然长方形的面积 = 长 $\times$ 宽，那么我们猜想圆的面积可能等于什么呢？”学生会顺理成章地推导出：圆的面积 $\approx (\pi r) \times r = \pi r^2$ 。这个通过类比得到的公式，虽然是猜想性的，但它极大地激发了学生的探索热情和成功感。

当然，类比推理得到的结论不总是可靠的，它需要后续的严谨证明或通过极限思想进行验证。但这个过程本身充满了探索和创造的乐趣。从已知“长方形面积公式”到推测“圆的面积公式”，学生完整地经历了一次知识的再创造。这种教学方式不仅让学生知其然，更让其知其所以然，深刻体会到数学知识的内在联系和数学思想方法的强大威力。

这两种主要的合情推理类型及其特征，可见下方的合情推理类型及其特征表：

合情推理类型及其特征表

推理类型	基本特征	典型过程	应用举例
归纳推理	从特殊到一般，结论具有或然性	观察特例 $\rightarrow$ 发现共性 $\rightarrow$ 提出猜想 $\rightarrow$ 验证	发现乘法交换律、数列的递增规律
类比推理	基于相似性，实现知识迁移	寻找类比对象 $\rightarrow$ 建立对应关系 $\rightarrow$ 迁移结论 $\rightarrow$ 检验	圆面积公式推导、分数加减法与整数运算迁移

三、在问题解决中综合运用合情推理

数学学习的核心目标是解决问题，而复杂问题的解决过程往往不是一蹴而就的，它需要综合运用归纳、类比等多种合情推理方法进行探索。在问题解决的教学过程中，教师应鼓励学生将合情推理作为发现解题思路、形成解决方案的重要工具。

（一）提出假设与方案

面对一个陌生或复杂的数学问题，优秀的问题解决者通常不会立刻进行严密

的逻辑演算，而是会先对问题进行整体分析，结合自身的经验和直觉，运用合情推理提出一些可能的假设或解题方案。这个阶段，归纳和类比是产生假设的主要思维方式。学生可能会想：“这个问题和我以前解决过的哪个问题类似？”（类比），或者“我先试试几个简单的情况，看看有没有什么规律？”（归纳）。

例如，在解决经典的“鸡兔同笼”问题时，学生初次接触可能会感到无从下手。教师可以引导学生进行假设：“假设笼子里全是鸡，会怎么样？”或者“假设全是兔，又会怎么样？”这种假设法本质上是一种合情推理，它将一个复杂的问题简化为一个可以计算的简单情境，通过比较假设结果与实际条件之间的差异，来寻找解决问题的突破口。

另一个例子是“植树问题”，学生可以通过画图、列举等方式，研究“两端都栽”“一端栽一端不栽”“两端都不栽”等几种简单情况，归纳出棵数与间隔数之间的关系，然后基于这个规律形成解决更复杂植树问题的通用方案。在这个过程中，学生提出的每一个假设和方案，都是其合情推理能力的体现，是思维主动性的宝贵闪光。

（二）探索解题思路

在提出了初步的假设与方案之后，接下来的步骤就是沿着这些思路进行探索和尝试。这个过程是对合情推理所得猜想的检验和修正过程，充满了试错和调整。学生需要不断地将自己的推理付诸实践，分析每一步尝试的结果，并根据反馈信息来调整自己的解题方向。这是问题解决中最核心、最富有挑战性的环节。

以“鸡兔同笼”问题为例，学生做出“假设全是鸡”的推理后，会计算出脚的总数，并发现这个数比题目给出的脚数要少。这个“差额”是如何产生的呢？通过分析，学生会意识到，这是因为我们把兔子“看”成了鸡，每只兔子少算了2只脚。这样，通过用总的差额除以每只兔子的脚差，就可以求出兔子的数量。这个从假设出发，通过比较差异，最终找到解法的过程，就是一条典型的由合情推理驱动的解题路径。

在探索过程中，学生可能会尝试多种不同的假设，比如画图法、列表法等。这些不同的方法殊途同归，都能引向问题的解决。教师应鼓励这种解题思路的多样性，让学生在比较不同方法的优劣中，深化对问题本质的理解，并逐步形成灵活、高效的问题解决策略。这个探索的过程，本身就是对学生合情推理能力的综合锻炼。



（三）进行反思与推广

解决问题并不是数学活动的终点，解决问题之后的回顾与反思，是深化理解、提炼思想、实现知识升华的关键环节，也是更高层次的合情推理活动。通过反思，学生可以审视整个解题过程，思考“这个方法为什么有效？”，将解题经验上升为数学思想。通过推广，学生则可以探究“这个方法还能解决哪些其他问题？”，实现知识的迁移和泛化。

在解决了“鸡兔同笼”问题后，教师可以引导学生反思：“假设法”的本质是什么？它为什么能帮助我们解决问题？学生在讨论中可能会认识到，这是一种“抓不变量”和“寻找差异”的思想。接着，教师可以提出一些变式问题，如“停车场里有三轮车和四轮车共 10 辆，总共有 34 个轮子，问两种车各有多少辆？”或者“一次考试共 20 道题，答对一题得 5 分，答错一题扣 3 分，小明得了 60 分，他答对了几道题？”学生会惊奇地发现，这些看似不同的问题，其数学本质是相通的，都可以运用“假设法”来解决。

这个从具体问题的解法，到抽象出数学思想方法，再到应用于解决一类新问题的过程，本身就是一次完整的“归纳—推广”的合情推理。它不仅巩固了学生解决具体问题的能力，更重要的是，培养了他们举一反三、触类旁通的数学思维品质，使其数学核心素养得到切实的提升。

第三节 演绎推理的教学方法

演绎推理作为数学基本思维方式之一，是学生逻辑推理核心素养的关键环节之一。在小学数学教学中，教师需要运用系统且科学的教学方法，有意识地引导学生建立演绎推理能力，使其能够依据已有的事实和规则，有条理地进行思考与论证，为他们未来的数学学习和思维发展打下坚实的逻辑基础。

一、在概念教学中渗透演绎推理

数学概念是逻辑推理的基石和出发点，具有精确性和高度抽象性的特点。因此，在概念教学的过程中，巧妙地融入演绎推理的训练，不仅能够帮助学生深刻理解概念的本质，还能使其在潜移默化中掌握初步的逻辑推导方法，真正做到知其然并且知其所以然。

（一）利用下定义进行推理

数学定义是一种规定，它明确了概念的内涵，是进行演绎推理的直接依据。在教学中，教师应引导学生充分理解定义的每一个关键词，并利用这些关键词进行简单的逻辑推导。例如，在教学“三角形”时，定义是“由三条线段围成的图形叫做三角形”。教师可以引导学生紧紧抓住“三条线段”和“围成”这两个核心要素进行细致的推理，判断一个图形是不是三角形。一个有三条线段但没有首尾相接的图形，就不是三角形，因为它不满足“围成”的条件；一个由曲线围成的图形，也不是三角形，因为它不满足“线段”的条件。

这种从定义出发进行判断和识别的过程，本身就是一种基础的演绎推理活动。教师可以设计多样化的正例与反例，让学生反复进行“因为该图形具备…的特征，所以它是…；因为该图形不具备…的特征，所以它不是…”这样的论述练习。这不仅巩固了学生对概念的理解，还训练了他们依据规则进行判断的思维习惯，使他们初步体会到数学推理的严谨性，为更复杂的推理过程打下基础。

（二）利用概念间的关系进行推理

数学概念之间往往存在着丰富的逻辑关系，如从属关系和并列关系等，这些关系为演绎推理提供了广阔的平台。教师在教学中应当有意识地揭示这些关系，引导学生在辨析概念的过程中进行推理。例如，在学习四边形时，学生会接触到正方形、长方形、平行四边形等一系列概念。教师可以引导学生分析它们之间的包含关系：正方形是特殊的长方形，长方形是特殊的平行四边形。

基于这种从属关系，学生可以进行演绎推理：因为长方形具有“对边平行且相等，四个角都是直角”的性质，而正方形是长方形的一种，所以正方形必然也具备这些性质。反之，平行四边形的性质（如对角相等）也适用于长方形和正方形。通过绘制关系图或集合圈的方式，可以直观地展现这些概念的层次结构，帮助学生清晰地理解“一般”与“特殊”的关系。

教学中，教师可以提出“所有的正方形都是长方形吗？”和“所有的长方形都是正方形吗？”这类辨析性问题，引导学生依据概念间的关系进行双向推理。这种训练能够有效地提升学生思维的深刻性和灵活性，使其学会从整体和局部的联系中把握知识，构建起有序的数学认知结构，从而为后续的逻辑推理提供清晰的思维路径。



（三）利用概念的内涵与外延进行推理

任何数学概念都包含内涵与外延两个方面。内涵是指概念所反映的对象的本质属性，而外延则是指具有这些本质属性的全体对象。在教学中，引导学生理解和运用概念的内涵与外延之间的关系，是培养演绎推理能力的有效途径。从内涵到外延的推理，是从一般到特殊的过程（演绎）；而从外延到内涵的思考，则是归纳与抽象的过程，两者相互支撑。

在具体的教学活动中，可以设计相关的练习来强化这种推理过程。

1. 从内涵到外延的演绎。教师给出概念的定义（内涵），让学生找出符合该定义的对象（外延）。例如，给出“质数”的定义：“一个大于1的自然数，除了1和它本身以外不再有其他因数”。学生需要根据这个定义，去判断2、3、4、5、6等数中哪些是质数，并说明理由。这个过程就是将一般性的定义应用于具体对象，进行判断和筛选的演绎推理。

2. 从外延到内涵的思考与验证。教师呈现一组数{2, 4, 6, 8, 10}，让学生思考它们的共同特征，并归纳出“偶数”这个概念。此时，教师可以追问：“为什么12也属于这一类？”学生则需要运用“能被2整除的整数是偶数”这一定义（内涵）来解释，从而完成一次对归纳结论的演绎应用。

二、在性质教学中强化演绎推理

数学性质是揭示数学对象本质特征的命题，它通常是在概念的基础上通过推理得出的结论。性质教学是培养学生演绎推理能力的关键环节，它不仅要求学生知晓性质的内容，更要引导学生经历性质的探索过程，并学会运用性质解决问题，从而深化逻辑思维。

（一）经历性质的推导过程

数学性质不应作为孤立的结论被学生被动记忆，而应引导学生主动参与其发现和推导的过程。这个过程本身就是一次生动的演绎推理实践。教师在教学中，应当创造条件让学生从观察、实验、猜想走向初步的逻辑证明，体验知识形成的全过程。例如，在教学“三角形内角和是180度”这一性质时，传统的做法是让学生通过测量或“撕角拼接”来直观感受。

在此基础上，教师应引导学生思考如何从逻辑上说明这个结论的普适性。可以引导学生添加辅助线（如过一个顶点作对边的平行线），然后利用“两直线平

行,内错角相等”等已经学过的平行线性质进行推理。通过将三角形的三个内角转化到一个平角上,从而严谨地推导出内角和为 180° 的结论。

这个从具体操作到抽象证明的转化过程,是学生认知发展上的一次重要飞跃。它让学生明白,数学结论的可靠性最终依赖于逻辑推理,而非有限次的经验验证。亲身经历推导过程,不仅让学生对性质的理解更加深刻,记忆更加牢固,而且使其在实践中掌握了演绎推理的基本方法,体会到数学的严谨之美,逻辑推理的素养也得到了切实的强化。

(二) 运用性质进行判断和解释

数学性质一旦被证明,就成为新的、可靠的推理依据。教学的一个重要目标就是引导学生将这些性质作为“大前提”,去解决具体的数学问题,进行判断和解释。这是演绎推理“从一般到特殊”应用的典型体现。例如,在学习了“平行四边形的对边相等”这一性质后,教师可以设计相应的问题,如:“一个平行四边形的一条边长5厘米,那么它的对边长多少?”

在解决这类问题时,教师应要求学生不仅仅是给出答案,更重要的是说明理由,即“因为平行四边形的对边相等(大前提),而这个图形是一个平行四边形(小前提),所以它的对边也相等(结论)”。这种要求学生“言必有据”的训练,能够有效地强化学生的逻辑思维。它促使学生在思考问题时,主动地去寻找所能依据的定义或性质,并将具体问题与一般性结论联系起来,从而使思维过程条理化、逻辑化。经常进行这样的训练,学生的演绎推理能力将在应用中得到巩固和提升。

(三) 构建性质的知识网络

数学知识具有高度的系统性和关联性,各种性质之间并非孤立存在,而是相互联系、相互支撑,共同构成一个严密的逻辑网络。在性质教学中,帮助学生理清性质之间的派生、递进和关联关系,构建起结构化的知识体系,对于培养高级阶段的演绎推理能力至关重要。教师不能将知识点零散地传授,而应注重知识的整合与梳理。

例如,在学习了加法交换律和结合律之后,可以引导学生思考这些性质在多位数加法、小数加法以及后续的分数加法中是如何应用的。这些运算律是后续进行代数式化简、方程变形等操作的逻辑基础。同样,在几何学习中,平行线的性质、三角形全等的判定性质、等腰三角形的性质等,彼此之间环环相扣。



教师可以借助思维导图、结构图等工具，引导学生主动梳理知识脉络，厘清哪些是基础性质，哪些是由基础性质推导出来的次级性质。这个过程能帮助学生从宏观上把握数学的逻辑架构，当面对复杂问题时，能够更加迅速和准确地定位所需的知识依据，组织起有效的推理链条，从而使演绎推理能力从对单一性质的应用，发展到能够在知识网络中进行综合性、系统性的推理。

三、在几何证明中初步掌握演绎推理

平面几何是小学数学中培养和训练学生演绎推理能力的最佳载体。几何证明要求学生以已知的定义、公理和已证的定理为依据，通过一步步严密的逻辑推导，最终得出结论。这个过程为学生提供了一个相对规范和集中的演绎推理实践场域。

（一）理解证明的意义与结构

在引入几何证明之前，首先要让学生理解“证明”的意义。证明不是通过测量、观察等经验性方式来确认结论，而是通过纯粹的逻辑演绎来揭示结论的必然性。教师需要向学生阐明，测量可能存在误差，观察可能存在错觉，只有逻辑证明才能保证结论在任何情况下的正确性。例如，要证明两条线段相等，用尺子量是验证，而通过全等三角形的性质来推导才是证明。

接下来，需要让学生掌握证明的基本结构，即“已知”、“求证”和“证明”三个部分。教师应解释每个部分的作用：“已知”是推理的出发点和依据（小前提）；“求证”是推理的目标（结论）；“证明”则是连接“已知”与“求证”之间的逻辑链条。这种结构化的形式有助于学生整理思路，明确推理的起点和终点，使思考过程更加清晰、有序。关于演绎推理的基本结构，见下表所示：

演绎推理的基本结构：三段论

要素	逻辑功能	对应几何证明中的位置	示例（性质应用）
大前提	一般性原理、定义或定理	证明中的“依据”	所有的平行四边形的对边都相等
小前提	具体事实或条件	证明中的“已知”	四边形 ABCD 是一个平行四边形
结论	特殊事实或推论	证明中的“求证”或推论	所以四边形 ABCD 的对边相等

通过对简单例题的剖析，让学生熟悉并适应这种表达方式，是他们迈向规范化演绎推理的第一步。

（二）学习简单的证明方法

在小学阶段，几何证明应从最简单、最直观的方法入手，让学生在模仿和实践中逐步掌握。主要的证明思想是综合法，即从已知条件出发，利用已有的定义、公理和定理，一步步地向下推导，直至得出待证的结论。这个过程就像是顺藤摸瓜，逻辑路径清晰明了。

在教学中，可以引入一些基础的证明技巧：

1. 直接应用定义或性质：这是最基础的证明方法。例如，要证明一个角是直角，如果已知它是一个长方形的内角，便可直接引用“长方形的四个角都是直角”这一定义（或性质）来证明。

2. 利用等量代换：这是几何证明中非常常用的技巧。例如，若已知 $\angle A = \angle B$ ，又已知 $\angle B = \angle C$ ，则可以推导出 $\angle A = \angle C$ 。教师可以通过生活中的例子帮助学生理解这种传递性关系，并将其应用于几何推理中。

在进行证明教学时，关键在于强调每一步推理都必须有充分的依据。教师需要不断追问“为什么？”，引导学生为自己的每一步论断找到理论支撑。通过对典型例题的示范讲解和针对性的变式练习，让学生逐步内化这些简单的证明方法，培养他们步步为营、环环相扣的严谨思维习惯。

（三）规范证明的书写格式

规范的书写格式是清晰逻辑思维的外在体现，同时也能反过来促进思维的严谨性。在几何证明中，混乱的书写往往意味着混乱的思路。因此，从一开始就对学生进行严格的书写规范训练至关重要。这不仅是为了了一卷面的整洁，更是为了培养一种严谨、清晰、有条理的科学态度，这对学生的长远发展大有裨益。

证明过程的书写通常遵循“三段论”的格式（如上表列出的结构），即每一个推理步骤都包含“条件（因为 / $\because$ ）”、“结论（所以 / $\therefore$ ）”以及括号中标注的“依据”。例如，“ $\because AB=CD, BC=DA$ （已知）， $\therefore$ 四边形 ABCD 是平行四边形（两组对边分别相等的四边形是平行四边形）”。教师需要通过范例展示和反复批改来强化这一格式要求，让学生养成习惯，确保每一步推理都有理有据，并且清晰地呈现出来。这种格式化的训练，能有效避免学生出现逻辑跳步或理由不清的错误，使他们的推理过程更加严密，表达更加精确。



第四节 推理能力的评价体系

推理能力是数学核心素养的重要组成部分,它贯穿于数学学习活动的全过程。对小学生推理能力的评价,不能仅仅局限于结果的对错,更应关注其思维发展的轨迹与深度。一个科学、有效的评价体系,能够准确诊断学生推理能力的发展水平,并为后续的教学改进提供明确的方向,从而真正实现以评价促进学习、以评价指导教学的目的。

一、推理能力评价的原则

建立科学的推理能力评价体系,需要遵循一系列基本原则。这些原则是评价工作的出发点和落脚点,确保评价活动能够客观、全面、有效地反映学生的真实情况,并促进其持续发展。

(一) 过程性与结果性相结合

在对小学生数学推理能力的评价中,将过程性评价与结果性评价有机结合是一项至关重要的原则。传统的数学评价往往过度偏重于最终答案的正确性,这种过度关注最终结果的评价模式,很容易让学生养成只求结论、忽视过程的习惯。这种做法不仅无法全面反映学生的真实思维水平,更有可能扼杀他们探索问题、尝试不同解决方案的积极性。一个看似错误的答案背后,可能隐藏着富有创造性的思考路径或对问题某个侧面的深刻理解;而一个正确的答案,也可能是机械模仿或偶然猜测的结果。

因此,评价体系必须深入到学生的学习过程中。教师需要关注学生在面对一个数学问题时,是如何分析信息的,如何将原有知识与新情境建立联系的,如何提出初步想法并逐步验证的。这个过程中,学生所展现的思维连贯性、逻辑性以及灵活性,都是评价其推理能力的关键指标。例如,在解决一个几何问题时,教师不仅要看学生是否最终求出了正确的角度或长度,更要观察他们是否能够清晰地陈述自己的推理步骤,无论是通过语言、图示还是符号。记录学生在探究活动中的发言、草稿,甚至是错误的尝试,都可以成为评价其思维过程的宝贵资料。将这些过程性的证据与最终的解题结果相结合,才能形成对学生推理能力的完整、立体的认识,从而实现评价的诊断与发展功能。

（二）多元化与一致性相结合

评价小学生数学推理能力，应当采用多元化的方法与工具，同时确保所有评价活动都围绕着统一的、明确的评价标准，这就是多元化与一致性相结合的原则。推理能力是一种复杂的综合性认知能力，单一的评价方式，如传统的纸笔测验，很难全面、客观地捕捉其全貌。学生的推理能力体现在课堂讨论、小组合作、动手操作、项目探究等多种活动中，因此，评价也应深入到这些丰富的学习场景之中。

评价方法的多元化，意味着教师需要综合运用课堂观察、学生访谈、作品分析、情境测验等多种手段。例如，通过观察学生在小组讨论中的表现，可以评价其沟通、倾听与反思能力；通过分析学生完成的一项数学调查报告，可以评价其数据分析与归纳推理的能力。然而，方法的多元化并不意味着标准的随意化。所有评价工具和方法，无论形式如何，都必须指向共同的评价核心，即推理能力的具体要素，如发现规律、提出猜想、逻辑论证等。评价标准的一致性确保了评价的公平性和可比性，避免因评价方式的不同而导致对同一能力水平的学生做出不同的判断。简言之，我们用不同的“尺子”去测量，但这些“尺子”的“刻度”必须是统一的。只有这样，才能将从不同渠道收集到的评价信息进行有效整合，形成对学生推理能力全面而一致的判断，为个性化指导提供科学依据。

（三）发展性与激励性相结合

评价的根本目的在于促进学生的发展，而非简单地对他们进行分等与筛选。发展性与激励性相结合的原则，强调评价活动应当成为激发学生学习潜能、增强其数学学习信心的助推器。对于小学生而言，他们的认知和情感都处于快速发展的阶段，对外部的反馈尤为敏感。因此，评价的语言、方式和结果呈现都应充满人文关怀，注重保护和激发学生的求知欲与探索精神。

发展性评价关注学生的进步幅度，将学生置于其自身发展的纵向轨迹中进行比较。它不仅仅告诉学生“你现在在哪里”，更重要的是帮助他们理解“你可以往哪里去”以及“怎样才能到达那里”。教师在评价时，应着重指出学生思维过程中的闪光点，即使他们的结论是错误的，也应肯定其积极思考和勇于探索的态度。例如，对于一个提出了新颖但有待完善的解题思路的学生，教师应首先鼓励其想法的独创性，再引导他发现其中的逻辑漏洞，并共同探讨改进的方法。

激励性则要求评价能够转化为学生内在的学习动力。评价结果的反馈应避免

使用打击性的语言，多采用描述性、建议性的评语，让学生感受到教师的期望与支持。通过设立可达成的小目标、展示学生的优秀探究作品、组织经验分享会等方式，让学生在评价中体验到成功与成长的快乐。这样的评价，不再是学习的终点，而是新一轮学习的起点，它帮助学生建立起“我能学好数学，我能在思考中获得乐趣”的积极心态，从而为他们推理能力的持续、健康发展提供源源不断的内在动力。

小学数学推理能力评价要素与标准表

评价维度（内容）	核心要素（标准）	典型行为表现（示例）
发现问题能力	敏感性、批判性、探究潜力	能主动对已知条件提出“为什么”的疑问；能从数学情境中提出有价值的探究问题。
提出猜想能力	合理性、联想力、创造性	猜想基于事实观察和归纳；能清晰表述猜想；能提出与众不同的新颖可能性。
逻辑表达能力	严谨性、连贯性、证据意识	论证过程清晰且有条理；能有效组织和使用证据（数据、图示等）；语言表达准确规范。

二、推理能力评价的内容与标准

明确评价的内容与标准，是实施有效评价的前提。它为教师的观察和判断提供了清晰的参照系，也让学生明白了努力的方向。评价内容应覆盖推理活动的关键环节，标准则需具体、可操作。小学数学推理能力评价的要素与标准可见上表。

（一）评价学生能否发现问题

评价学生推理能力的首要环节，是考察其能否在数学情境中敏锐地发现和提出问题。这种能力是驱动深度学习和探究的起点，反映了学生思维的敏感性和批判性。一个善于发现问题的学生，通常不会被被动地接受信息，而是会主动地审视、分析给定的条件和结论，从中寻找联系、发现矛盾或探索新的可能性。

评价学生发现问题的能力，不能仅仅停留在他们能否找出题目中的隐含条件或错误。更高层次的评价标准，应关注学生是否能基于一个数学事实或情境，自主地提出有探究价值的“什么、为什么、怎么样”类型的问题。例如，在学习了三角形内角和为 180° 后，一个学生可能会问：“四边形的内角和是多少？五边形呢？所有多边形的内角和有没有一个统一的规律？”这种从已知推广到未知的提问，清晰地展现了其类比和归纳推理的萌芽。教师可以通过创设开放性的学习

任务,如“观察这组数据,你能发现什么?”或者“围绕这个图形,你能提出哪些数学问题?”,来激发并评价学生的提问能力。评价的标准应包括问题的清晰度、与数学知识的关联度以及问题的探究潜力。一个高质量的提问,往往比一个标准的答案更能体现学生的思维深度和创新意识。

(二) 评价学生能否提出猜想

在发现问题的基础上,能否围绕问题进行合理的猜想,是评价学生推理能力的核心环节。数学猜想是基于已有的知识和经验,对问题可能存在的规律或结论做出的一种预见性的、有根据的推测。它体现了学生思维的洞察力、联想力和创造性,是从特殊到一般、从具体到抽象的思维飞跃。

评价学生提出猜想的能力,重点在于考察其猜想的合理性与创造性。一个有价值的猜想,并非天马行空的臆断,而是建立在对部分案例的观察、分析和归纳之上的。例如,在探索乘法交换律时,学生通过计算“ $3 \times 5 = 15$ ”和“ $5 \times 3 = 15$ ”,“ $4 \times 6 = 24$ ”和“ $6 \times 4 = 24$ ”等具体例子,可能会猜想:“是不是交换两个因数的位置,它们的积都相等?”这个猜想就是基于观察和归纳的合理推测。教师在评价时,应鼓励学生大胆说出自己的想法,并引导他们阐述猜想的依据。评价的标准可以包括:

1. 猜想的来源:是基于对少数几个案例的观察,还是对更多、更复杂情况的分析?
2. 猜想的清晰度:能否用准确的数学语言或自己的话清晰地表述猜想的内容?
3. 猜想的独创性:是重复已有的结论,还是提出了新颖的、与众不同的可能性?

通过记录和分析学生提出的各种猜想,教师可以深入了解他们是如何运用合情推理来探索数学规律的。即便是那些最终被证明是错误的猜想,其产生过程本身也具有极大的评价价值,因为它暴露了学生当前的认知局限和思维障碍,为教师的后续指导提供了精准的切入点。

(三) 评价学生能否进行有逻辑的思考与表达

进行有逻辑的思考与表达,是推理能力的最终体现,也是评价工作的重中之重。它要求学生不仅能形成猜想和结论,更能运用证据和规则来证明或反驳这些猜想,并能用清晰、有条理的方式将自己的思维过程呈现出来。这一过程融合了



归纳、类比和演绎等多种推理形式，是对学生思维严谨性和逻辑性的综合考验。

评价学生逻辑思考与表达能力，需要关注其论证过程的完整性和严密性。在小学阶段，虽然不要求像专业数学那样进行严格的形式化证明，但培养学生“言之有理，持之有据”的习惯至关重要。例如，在判断“所有质数都是奇数”这个命题时，学生不仅要能给出“不对”的结论，更要能举出反例“2是质数，但2是偶数”，并以此说明原命题的错误。这个简单的举反例过程，就是一种基础而重要的演绎推理。

评价可以通过多种方式进行。在课堂讨论中，教师可以追问“你是怎么想到这个方法的？”“你为什么认为这个结论是正确的？”，引导学生阐述自己的思考路径。在书面作业或测试中，可以设计要求写出主要步骤或说明理由的题目。评价的标准应聚焦于：学生能否有效地组织和使用证据（如图形、数据、定义、公理等）；他们的论证步骤是否清晰、连贯，是否存在逻辑跳跃或矛盾；他们使用的数学语言是否准确、规范。

对逻辑表达能力的评价还应涵盖其口头与书面两种形式。一个能够清晰地向同伴解释自己解题思路的学生，其对知识的理解往往更为深刻。通过鼓励学生之间相互讲解、相互辩论，不仅可以锻炼他们的表达能力，也能在交流与碰撞中深化他们对逻辑规则的理解和运用。

三、推理能力评价的方法与工具

为了将评价原则与内容落到实处，必须开发和运用一系列具体、可操作的评价方法与工具。这些工具是教师收集学生推理能力发展证据的载体，是连接评价理念与教学实践的桥梁。

（一）课堂观察评价表

课堂是评价学生推理能力最自然、最重要的场域。学生在真实的问题解决情境中所展现出的即时反应、思维火花和互动交流，是任何形式的终结性测验都无法替代的。课堂观察评价表是一种结构化的工具，旨在帮助教师系统、有重点地捕捉和记录学生在课堂活动中的推理行为表现。

设计课堂观察评价表时，应依据前述的评价内容，将其细化为一系列可观察的行为指标。例如，在“发现问题”维度下，可以设置“能否对同学的发言提出疑问”“能否根据情境提出新的数学问题”等观察点；在“逻辑表达”维度下，

可以设置“能否用完整的句子说明解题步骤”“在反驳他人时能否给出具体理由”等观察点。评价表可以采用等级量表（如“从不”到“总是”）或行为频率记录等形式。教师可以在一节课中重点观察几个学生，也可以在不同课上轮流观察，逐步建立起全班学生的能力档案。使用这个工具，能有效避免主观印象带来的偏差，使评价更加客观、具体，并能及时发现个别学生的困难或特长，为即时干预和个别化辅导提供依据。

（二）推理能力测试题

虽然过程性评价至关重要，但定期的、高质量的纸笔测试依然是评价体系中不可或缺的一环。专门设计的推理能力测试题，能够系统地、在统一标准下衡量学生在特定知识领域运用推理能力的水平。这类试题的设计应超越对计算技能和知识记忆的单纯考查，聚焦于思维过程的展现。

推理能力测试题应具有以下特点：

1. 情境的真实性与新颖性：题目应创设学生熟悉但又略带挑战性的问题情境，避免他们通过机械套用公式来解决问题。
2. 过程的开放性：鼓励学生用多种方法解决问题，并要求他们展示主要的思考过程或策略。例如，可以设计“画图说明你的想法”或“写出你解决这个问题的步骤”等要求。
3. 答案的多样性或不唯一性：设计一些开放性问题，其答案可能不是一个具体的数值，而是一种规律的描述或一种方案的设计，以此来评价学生的发散思维和归纳能力。

通过对学生测试答卷的分析，教师不仅可以评价其推理的结果，更能通过他们的方法选择、步骤呈现和错误类型，诊断其思维过程中的优势与不足。这为后续的针对性教学提供了宝贵的依据。

（三）项目研究报告

项目研究报告是一种综合性、探究性的评价方式，它要求学生在一段时间内，围绕一个具体的数学主题或问题展开深入研究，并最终将研究过程与成果以报告的形式呈现出来。这种评价方式能够全面地评价学生发现问题、搜集和处理信息、提出并验证猜想、进行逻辑论证以及合作交流等一系列高级推理能力。

一个典型的数学项目研究可以从一个开放性问题开始，例如“我们学校操场的跑道设计合理吗？”或者“如何用不同的平面图形拼成一个正方形？”。在研

究过程中，学生需要自主规划研究步骤，可能会进行实地测量、数据收集、模型制作、规律探究等活动。他们需要在报告中清晰地记录自己的每一步行动、每一次思考、遇到的困难以及最终的发现与结论。评价项目研究报告，不仅要看其结论的正确性与深度，更要关注报告中所体现出的研究过程的科学性、思维的逻辑性以及团队合作的有效性。这种方式极大地激发了学生的学习自主性和创造性，使评价真正成为学习过程本身。

第八章 模型思想的建构方法

模型思想是现代数学的核心思想之一,它强调从现实情境中抽象出数学结构,运用数学方法解决问题,并解释、检验和应用于现实。这种思想是连接数学与现实世界的桥梁,对培养学生的创新意识和实践能力至关重要。本章将探讨模型思想的建构方法与在小学数学中的实践策略。

第一节 数学模型的基本概念

数学模型是模型思想的核心载体,是数学知识与实际问题之间的媒介。理解数学模型的基本概念、特征与分类,是教师引导学生进行模型化思考、提升数学素养的基础。本节将对这些基本概念进行系统梳理,为后续的模型建构教学奠定坚实的理论基础。

一、数学模型的定义与特征

在展开模型思想教学前,准确把握数学模型的定义与核心特征是开展后续教学的前提。这有助于明确模型思想的培育目标,为后续教学设计提供清晰的理论指引,确保教学活动的科学性与有效性,让学生在潜移默化中习得模型思想的精髓。

(一) 数学模型的内涵

数学模型是为了特定目的,对现实世界的原型进行抽象、简化后,利用数学语言来刻画其数量关系或空间形式的一种数学结构。它并非对问题细节的机械复制,而是通过合理的简化与假设,抓住问题的本质属性和主要矛盾,使其能够用数学的符号、图形、公式、表格等方式进行表达和处理。这个过程就是数学建模,其产物便是数学模型。例如,在购物情境中,“总价 = 单价 $\times$ 数量”这个关系式,就是一个典型的数学模型。它忽略了商品的品牌、颜色、包装等具体信息,仅仅抽取了“单价”“数量”“总价”这三个核心变量及其乘法关系。



对小学生而言,理解数学模型的内涵,关键在于认识到数学是解决实际问题的工具,而模型就是这个工具的具体形态。教学中,教师应引导学生经历“具体问题—抽象概括—形成模型”的过程。例如,在学习了长方形面积计算公式“ $S = a \times b$ ”后,学生不仅要会计算,更要理解这个公式是对所有长方形“长”“宽”“面积”三者关系的普适性描述。当遇到铺地砖、计算布料等实际问题时,学生能够意识到这些问题都可以转化为长方形面积计算的模型来解决,从而体会到模型的价值。

数学模型的建立是一个创造性的过程,它要求建模者对问题有深入的洞察力,能够识别出关键变量和它们之间的相互作用。在小学阶段,虽然学生接触的模型相对简单,但其背后蕴含的抽象、概括、分析、推理等思维活动,与科学家建立复杂模型时的思维方式在本质上是一致的。因此,从小培养学生建立和运用模型的意识,就是在为其未来进行更高级、更复杂的科学探究和创新活动奠定思维基础,帮助他们形成用数学眼光观察世界、用数学思维分析世界、用数学语言表达世界的良好习惯。

（二）数学模型的基本特征

数学模型作为现实问题的数学化表达,具有区别于其他模型的显著特征。理解这些特征,有助于学生更深刻地把握模型的本质,从而更有效地运用模型解决问题。抽象性、精确性和普适性是其最核心的三个基本特征。

抽象性是数学模型最根本的特征。模型来源于现实,但又高于现实。它舍弃了原型中与研究目标无关的非本质因素,抽取出现实对象最关键的数量关系和空间形式。例如,地图就是一种典型的图形模型,它将复杂的地理实体抽象为点、线、面等几何元素,并用符号和比例尺表示其位置、距离和分布,而忽略了地形地貌的细微起伏、建筑物的具体样式等。在小学数学中,应用题的教学过程本身就充满了抽象。学生需要从一个生动的故事或情境中,剥离掉人物、情节等“外壳”,提炼出纯粹的数学关系,这就是模型抽象性的体现。

精确性指的是数学模型内部逻辑的严谨性和表达的确定性。一旦模型建立,其内部的变量、参数及关系都有明确的数学表达式或逻辑结构,可以进行毫无疑问的推理、演算和分析。例如,在“利润 = 售价 - 成本”这一模型中,各个变量的含义是清晰的,它们之间的减法关系也是确定的。只要给出其中任意两个量的值,就可以精确地求出第三个量的值。这种精确性使得人们可以对模型进行分析、

优化,并得出可靠的结论。在教学中,强调规范的数学表达、严谨的解题步骤,都是在培养学生对模型精确性的感知和尊重。

普适性,又称通用性,是指一个成功的数学模型能解释或预测一系列相似现象。它不局限于最初的那个特定问题,而是可以被推广应用到结构相似的其他问题中。例如,“路程 = 速度 $\times$ 时间”这一模型,不仅可以用来计算汽车行驶的路程,也可以用于计算人步行的距离、声音传播的距离,甚至可以类比到“工作总量 = 工作效率 $\times$ 工作时间”等问题。只要问题情境中蕴含着“一个量是另一个量在单位时间上的积累”这一核心结构,都能运用相同模型求解。引导学生认识到模型的普适性,是培养其知识迁移能力和举一反三能力的重要途径。

(三) 数学模型与数学应用的关系

数学模型与数学应用之间存在着密不可分、相辅相成的关系。数学模型是数学应用的桥梁和核心,而数学应用则是数学模型价值的最终体现和发展的根本动力。理解二者的关系,对于推动数学教学从“纯数学”走向“用数学”具有重要意义,也是培育学生数学核心素养的必然要求。

一方面,数学模型是数学走向应用的必由之路。现实世界的问题往往是复杂的、非结构化的,充满了各种偶然和不确定的因素。数学理论,如公理、定理、公式等,是高度抽象和形式化的,无法直接作用于这些原始问题。数学模型就像一个“转换器”,它将现实问题进行“翻译”和“编码”,转化成数学能够处理的结构化问题。然后,人们可以利用成熟的数学工具对模型进行求解,得到数学结论。再将这个数学结论“翻译”回现实情境,解释现实现象、预测未来发展或制定决策方案。从发现问题、提出问题,到分析问题、解决问题,整个过程都以数学建模为中轴线展开。

二、数学模型的分类

为了更好地研究和应用数学模型,人们根据不同的标准对其进行了分类。了解这些分类方式,可以帮助我们建立起关于数学模型的系统性认识,拓宽教学视野,并根据小学生的认知特点,有针对性地选择和设计模型教学内容。

(一) 按应用领域分类

这是最常见的分类方式之一,它根据模型所解决问题的领域属性进行划分。这种分类方式直观地体现了数学应用的广泛性。



1. 科学与工程技术的模型：这类模型用于描述物理、化学、生物、天文等自然现象或解决工程技术中的问题。例如，描述物体运动的牛顿定律模型，电路分析中的欧姆定律模型，生态系统中的种群增长模型等。虽然这些模型本身较为复杂，但其简化版或思想萌芽在小学阶段就可以渗透，如通过测量小车运动来感知速度与时间的关系，就是运动学模型的初步探索。

2. 社会、经济与管理模型：这类模型用于分析社会现象、预测经济趋势、优化管理决策。例如，市场供需模型、投入产出模型、人口预测模型、交通流模型等。在小学数学中，“购物策略”“最佳方案”等问题，就蕴含着简单的经济决策和优化思想。例如，在学习了乘除法后，可以设计“去超市购买商品，如何凑单参与满减活动最划算”的问题，引导学生建立简单的成本收益模型。

通过介绍不同领域的模型，可以让学生从小就感受到数学的无处不在和其作为“科学的语言”的强大力量，激发他们用数学解决跨学科问题的兴趣。

（二）按数学方法分类

这种分类方式是根据构建和求解模型时所使用的核心数学工具或思想方法来进行的。它揭示了模型背后的数学本质，有助于将模型教学与具体的数学知识点更紧密地结合起来。常见的类别包括几何模型、代数模型、优化模型、概率统计模型等。几何模型利用图形、空间关系来描述问题，如用平面图形的镶嵌来模拟铺瓷砖。代数模型则主要运用方程、不等式、函数等来刻画数量关系，这是小学数学中数量关系模型的核心。

优化模型致力于在众多可行方案中寻找最优解，例如“鸡兔同笼”问题在某种意义上就是在一个约束条件下寻找特定整数解的模型，而更复杂的如“如何安排生产才能利润最大”则是典型的线性规划模型。小学阶段的“最佳路线”“最省时间”等问题，都渗透了优化思想。概率统计模型则用于处理随机现象和数据分析，通过建立模型来描述事件发生的可能性或揭示数据背后的规律，这在信息时代显得尤为重要。

将模型按数学方法分类，有利于教师在讲授代数、几何、统计等不同数学板块知识时，同步强化相关的模型思想。例如，在教授方程时，不仅仅是讲解法，更要强调方程作为一种强有力的代数模型，能够用来刻画现实世界中各种各样的相等关系。这种分类方式帮助教师和学生将零散的数学知识点串联起来，看到不同知识背后共通的建模思想和应用价值，从而形成更为系统和深刻的数学认知结构。

这些高级的模型理论在信息科学中扮演着至关重要的角色，例如用于确保数据传输准确性的错误纠正码模型，其关键参数和性能指标可见下表。

常见错误纠正码参数和属性表

	码字长度 n	码长 k	纠错能力 r	比特损失率
Hamming Code	7	4	1	0.43
Golay Code	23	12	3	0.48
Reed-Solomon (7,3)	7	3	2	0.57
Reed-Solomon(15,5)	15	5	5	0.67
Reed-Solomon(15,3)	15	3	6	0.80

（三）按表现形态分类

这种分类依据模型最终呈现出来的形式或结构。不同的表现形态对应着不同的思维方式和表达习惯。小学数学教学中，有意识地引导学生接触和运用不同形态的模型，有助于他们发展多元的数学表征能力。常见的形态包括公式模型、图表模型、算法模型等。公式模型是最简洁、最抽象的数学模型，它用符号和运算符精确地表达变量之间的关系或恒等关系，如 $C = \pi d$ 或 $a + b = b + a$ 。这类模型具有高度的概括性和严谨的逻辑性。

图表模型则是一种直观性更强的模型，它通过图形、图像、表格、框图等形式来展现问题的结构和关系。例如，用线段图分析行程问题中的路程、速度和时间关系；用树状图分析组合问题有多少种可能；用统计图表（如条形图、折线图）来描述数据的分布和趋势。图表模型能帮助学生，特别是低年级学生，将复杂的文字信息和数量关系可视化，降低理解难度，是抽象思维的重要支撑。流程图或框图形式的算法模型，则清晰地展示了解决一个问题的步骤和逻辑顺序，如“辗转相除法”求最大公约数的步骤，就可以用流程图来表示，这对于培养学生的程序性思维和逻辑规划能力非常有益。

在实际建模过程中，不同表现形态的模型常常是结合使用的。例如，在分析一个复杂的应用题时，学生可能先画出线段图（图表模型）来帮助理解题意，然后根据图中的关系列出方程（公式模型），最后按照一定的计算步骤（算法模型）求解。因此，教师在教学中应鼓励学生根据问题的特点和自己的理解，灵活选择或综合运用不同形态的模型来表达思考过程，这不仅能加深他们对问题本质的理解，还能有效促进其数学思维的灵活性和深刻性。



三、小学数学中常见的模型

小学数学是学生模型思想启蒙和发展的黄金时期。课程内容中蕴含着丰富多样的、符合儿童认知规律的数学模型。教师应善于挖掘和利用这些素材，将模型思想的培养有机地融入日常教学之中，让学生在潜移默化中学会建模、善用模型。

（一）数量关系模型

数量关系模型是小学数学中最为常见、也最为核心的一类模型。它主要通过代数式或等式来刻画现实生活中各种数量之间的依赖、变化或平衡关系。这类模型的学习，是学生从算术思维向代数思维过渡的关键环节。典型的数量关系模型包括和差倍关系模型、行程问题模型、工程问题模型、价格问题模型以及归一归总问题模型等。

例如，“和差问题”模型（已知两数之和与两数之差，求这两数）可以用 $(和 + 差) \div 2 = 大数$ ， $(和 - 差) \div 2 = 小数$ 来表示。这个模型不仅能解决“甲乙两班共 80 人，甲班比乙班多 4 人，问两班各多少人”这类标准问题，还可以应用于年龄问题、长度问题等多种情境中。教学的关键在于引导学生识别出问题中“和”与“差”的核心结构，从而调用相应的模型。

行程问题中的“路程 = 速度 $\times$ 时间”及其变形，工程问题中的“工作总量 = 工效 $\times$ 时间”，价格问题中的“总价 = 单价 $\times$ 数量”等，这些乘除法关系模型是小学中高年级的重点。它们虽然分属不同领域，但其数学结构 $A = B \times C$ 是完全一致的。教师在教学时，应引导学生进行比较，发现这种结构上的共通性，从而理解模型的普适性。这有助于学生构建起一个更具通用性的“总量 = 单位量 $\times$ 数量”的认知框架。

对这些数量关系模型的学习，不应停留在死记硬背公式上。更重要的是，引导学生经历模型建构的过程：从具体实例出发，感知数量间的变化规律；通过列表、画图等方式寻找并表达这种规律；最后用含有字母的式子或等式将其规范化，固化为模型。此过程就是一次完整的数学建模体验，能有效提升学生的抽象思维能力和符号运用能力。

（二）图形模型

图形模型是利用几何图形的形状、大小、位置关系等属性来模拟、解释或解决问题的数学模型。它借助“形”的直观性来辅助“数”的抽象思考，是数形结合思想的重要载体。在小学阶段，图形模型无处不在，对于发展学生的空间观念

和几何直观能力具有特殊价值。

最基础的图形模型就是各种几何图形本身。长方形、正方形、三角形、圆形等，它们都是对现实世界中物体形状的抽象。学生学习它们的特征和周长、面积计算公式，就是在学习用这些理想化的图形模型来度量和描述我们生活的空间。例如，计算一个圆形花坛的占地面积，就是用圆形面积模型来解决实际问题。

除了几何图形本身，更深层次的图形模型体现在它作为一种思维工具的应用上。其中，线段图模型尤为重要。在解决和差倍、行程、分数应用题等复杂问题时，画线段图能将抽象的数量关系转化为直观的线段长度和比例关系，使问题结构一目了然。例如，在处理“甲比乙多 $\frac{1}{4}$ ”这类分数问题时，将乙看作单位“1”画出一条线段，再画出甲对应的线段，能帮助学生准确理解“ $\frac{1}{4}$ ”的参照对象，从而顺利找到解题思路。

面积模型也是一种强有力的图形工具。它可以用来解释乘法分配律 $(a+b)c = ac + bc$ 的几何意义，即一个大长方形的面积等于两个小长方形面积之和。在学习两位数乘法时，也可以用面积模型将其分解为几个简单乘法之和，直观地展示了计算的算理。这种模型化的解释，使得抽象的运算定律和算法变得具体可感，易于学生理解和记忆，并形成全新的认知结构。

（三）概率统计模型

随着社会信息化程度的日益加深，数据处理能力和随机观念成为现代公民必备的素养。概率统计模型正是用于描述随机现象、处理和分析数据的数学模型。在小学阶段，虽然不会涉及复杂的概率论和数理统计理论，但相关的模型思想已经开始萌芽和渗透。

概率模型的启蒙主要通过一些简单的随机试验来进行。例如，“掷硬币”“摸球”“转转盘”等活动。在这些活动中，学生初步感知事件发生的不确定性和可能性的。大小。教师可以引导学生建立简单的概率模型，如在“盒子里有3个红球，1个白球，摸出一个球，摸到哪种颜色球的可能性大？”的问题中，学生通过分析红球和白球的数量对比，实际上就建立了一个“可能性大小与样本数量成正比”的朴素概率模型。虽然没有计算具体的概率值，但已经体会到了用数据来预测随机事件的核心思想。

统计模型则主要体现在数据的整理、描述和分析上。学生从一年级开始学习象形统计图，到后来学习条形统计图、折线统计图和扇形统计图，这个过程本身



就是学习用不同的统计图表模型来呈现数据信息。每种统计图都有其特定的优势：条形图善于比较数量的多少，折线图长于描述数量的变化趋势，扇形图则能清晰地反映部分与整体的关系。引导学生根据不同的分析目的选择合适的统计图，就是在培养他们运用统计模型解决问题的能力。当学生根据统计图中的数据，得出“本周男生比女生借阅的图书多”或者“我市近五年的空气质量逐年好转”等结论时，他们就是在利用统计模型进行解释和推断。

第二节 数学建模的教学过程

数学建模是连接数学与现实世界的关键桥梁，它的教学过程绝非单向的知识灌输，更像是一个动态的、引导学生主动探索、实践与创造的旅程。它要求我们将抽象的数学理论与生动的实际问题紧密结合，通过一系列结构化的教学步骤，培养学生发现问题、提出问题、分析问题并最终解决问题的综合能力，以此真正落实数学核心素养的培育目标。

一、数学建模的一般步骤

数学建模是一个系统性的问题解决流程，它能够将杂乱无序的现实问题转化为结构清晰的数学问题，并通过严谨的求解与验证，最终回归于现实应用。这个过程逻辑严谨，环环相扣，为学生提供了一套科学的思维框架，使其能够有序、高效地应对各类挑战。

（一）情境理解，提出问题

数学建模的起点源于对现实情境的深刻洞察与思考。这一步骤要求教师创设一个能够激发学生探究欲望的真实或模拟情境，引导学生从数学的视角去观察、分析，并从中提炼出有价值的数学问题。它强调的是从“现实问题”到“数学问题”的初步转化，是整个建模活动的方向和驱动力。

一个富有吸引力的情境能够迅速抓住学生的注意力，调动他们已有的生活经验和知识储备。例如，在学习“最优方案”相关知识时，教师可以设计“如何安排一次春游路线才能最省时省钱”的情境。学生需要理解情境中包含的各种信息，如景点位置、交通方式、门票价格、开放时间等，并围绕核心目标“最省时省钱”展开思考。

在这个过程中,学生需要识别出哪些是关键信息,哪些是次要或无关信息,并尝试用自己的语言描述问题的核心矛盾。教师则扮演着引导者和启发者的角色,通过提问“我们需要考虑哪些因素?”“我们的目标到底是什么?”等问题,帮助学生聚焦问题本质,逐步将一个模糊的生活议题,清晰化为一个或多个可以尝试用数学方法解决的具体问题,如“如何规划路线使总路程最短?”或“如何选择交通工具与门票组合使总花费最少?”。

(二) 简化假设, 建立模型

在明确了要解决的数学问题之后,接下来的关键一步便是对复杂现实进行简化与假设,进而建立数学模型。现实世界的问题往往纷繁复杂,包含了诸多变量和不确定性因素。若不经简化,问题将难以处理。因此,必须引导学生学会抓住问题的主要矛盾,忽略次要因素,做出合理的假设,为构建数学模型扫清障碍。

假设的过程是建模的灵魂所在,它体现了从复杂到简单的抽象思维能力。假设并非凭空想象,而需基于对问题的深刻理解和常识判断。例如,在研究“班级图书角借阅情况”时,可以假设“每位同学每次只借一本书”,或在解决“估算操场能容纳多少人”的问题时,假设“每个人占地面积是固定的”。这些假设将不确定的、动态变化的因素暂时固定下来,使得问题变得清晰可解。教师需要引导学生讨论假设的合理性,让他们明白假设是为了便于研究,并且不同的假设可能会导致不同的模型和结果。

在合理假设的基础上,学生需要运用已有的数学知识,选择合适的数学工具(如算式、方程、图表、符号等),来刻画问题中各变量之间的关系,形成数学模型。这是一个将现实问题“翻译”成数学语言的核心环节。例如,在“合理安排时间”的问题中,学生可以通过绘制时间轴、列出活动清单及所需时间,用加法计算总时间,这就是一个简单的数学模型。在“购物优惠策略”问题中,学生可能需要使用乘法、减法以及不等式来比较不同方案的优劣,建立一个成本比较模型。这个过程能有效锻炼学生的符号意识和抽象概括能力。

(三) 求解模型, 解释结果

建立数学模型后,下一步便是利用数学方法对模型进行求解,并对所得结果的实际意义进行解释。这一步骤是连接抽象模型与具体答案的桥梁,它不仅考验学生的运算求解能力,更重要的是培养他们将数学答案还原于现实情境的意识和能力。



模型的求解可以采用多种方式。对于小学生而言,最常见的是利用算术方法、简单的方程、图表分析或逻辑推理来进行求解。例如,在“营养午餐搭配”的模型中,学生可能会建立一个包含各类营养成分需求的表格模型,然后通过加减计算和比较,寻找满足条件的食物组合。教师应鼓励学生使用不同的工具和方法求解,例如使用计算器、软件或动手操作,以提高求解的效率和准确性。重要的是,求解过程应清晰、有条理,让学生能够理解每一步计算的逻辑依据。

得到数学上的解(如一个数字、一个算式的结果或一个图形)之后,更为关键的任务是对其进行解释。学生必须思考这个“解”在最初的现实情境中代表什么。一个纯粹的数字“50”,在“汽车行驶路程”问题中可能表示“50公里”,而在“商品价格”问题中则表示“50元”。学生需要用通俗易懂的、非数学的语言,将结果的实际意义清晰地描述出来。例如,求解得出方案A比方案B节省15分钟,学生就应解释为:“按照A方案去公园,路上可以比B方案少花15分钟的时间。”这个“翻译”回现实语言的过程,是检验学生是否真正理解问题的关键,也是数学应用价值的直接体现。

(四) 检验模型,推广应用

数学建模并非一蹴而就的线性过程,它是一个循环往复、不断优化的过程。在求解模型并解释结果后,必须引导学生对模型及其结论进行检验,评估其合理性与准确性,并思考其是否可以被修正、改进或推广到更广泛的情境中去。这一环节是培养学生批判性思维和反思能力的绝佳机会。

检验模型主要包含以下几个方面:

1. 结果的合理性检验:将模型得出的结果与实际情况进行比对。例如,计算出的全班春游总费用高达数万元,或者一个人的步行速度超过了汽车,这显然是不合理的。学生需要回顾之前的步骤,检查数据、假设或计算过程是否存在问题。
2. 假设的审视与修正:反思最初的假设是否过于简化或脱离实际。在“估算学校用水量”模型中,如果最初假设“每天用水量恒定”,但发现周末用水量远低于工作日,那么模型就需要被修正,区分工作日与非工作日,使其更贴近现实。
3. 模型的敏感性分析:尝试改变模型中的某些参数或条件,观察结果会发生怎样的变化。这能让学生理解模型中各个因素的影响力大小,增强对问题本质的洞察。

当模型通过检验,被认为是比较合理可靠时,就可以探讨其推广应用的可能

性。教师可以引导学生思考：“我们解决‘教室地面铺地砖’问题的这个方法，能不能用来计算家里客厅铺地板的面积？”“我们为班级制定的图书管理方案，能不能给学校图书馆提供一些建议？”这种思考有助于学生将个案中获得的经验和方法迁移到相似的、更复杂或更一般的情境中，实现知识的活学活用和能力的提升，真正体现模型思想的价值。

二、小学数学建模的教学特点

相较于专业领域的数学建模，小学阶段的数学建模教学根据学生的认知水平和心理特征，呈现出鲜明的独特性。它并非追求模型的复杂与精确，而是更侧重于通过生动有趣的方式，引导学生经历建模的基本过程，激发数学兴趣，培养初步的应用意识和创新思维。小学数学建模的教学特点主要聚焦于三个核心维度，具体特征可见下表。

小学数学建模教学特征表

特征	侧重点	目的
情境的趣味性与生活化	激发兴趣，贴近生活	降低认知门槛，产生内在驱动力
过程的简化与引导性	降低难度，教师“搭脚手架”	符合认知水平，体验完整流程
结果的实用性与启发性	解决实际问题，引发深思	培养应用意识，激发批判性思维

（一）情境的趣味性与生活化

小学数学建模的首要特点是其情境必须具有强烈的趣味性和生活化色彩。小学生的思维以具体形象思维为主，抽象逻辑思维尚在发展之中，他们对身边熟悉的事物、有趣的故事和好玩的游戏抱有天然的好奇心。因此，建模活动的情境如果能与他们的日常生活紧密相连，就能极大地激发其参与热情和探究欲望。

生活化的情境俯拾皆是，例如“如何用最少的钱购买全家人的早餐”“怎样设计储蓄罐才能在年底存够压岁钱”“测量校园里一棵大树的高度”等。这些源于学生真实生活的问题，让他们感受到数学不再是课本上冰冷的数字和符号，而是解决身边问题的实用工具，从而产生学习的内在驱动力。教师可以组织学生去超市调查商品价格，去公园测量场地，或者根据童话故事设计问题，如“白雪公主如何为七个小矮人公平地分配苹果”。

趣味性则要求情境的呈现形式要活泼多样，可以通过故事、游戏、竞赛、动画等方式引入。例如，在“鸡兔同笼”问题的教学中，传统的文字题干可能略显



枯燥,但如果将其包装成一个“农场主点数大会”的游戏,让学生扮演小侦探去解决难题,学习效果便会截然不同。这种将数学知识巧妙融入趣味情境的做法,不仅降低了学生的认知负荷,也让整个建模过程充满了乐趣与挑战,使学生在玩中学、在乐中思。

情境的创设并非为了热闹而流于表面,其核心目标始终是服务于数学知识的理解和模型思想的建立。一个好的情境,应该能自然而然地引出数学问题,让学生在沉浸式的体验中,不知不觉地开始他们的数学思考和探索之旅。这种贴近儿童世界的教学设计,是小学数学建模成功开展的基础和保障。

（二）过程的简化与引导性

小学数学建模的第二个显著特点是过程的简化与强烈的引导性。与高等教育中强调独立探索和构建复杂模型的数学建模不同,小学阶段的建模活动必须对过程进行大幅简化,并需要教师在关键环节进行有效引导,以符合小学生的认知能力和思维水平。

过程的简化体现在多个方面。问题的复杂程度被有意降低,通常只涉及少数几个变量和简单的数量关系。对模型假设的要求更为宽容,允许学生做出一些相对理想化或简化的假设。再次,模型的形式也以直观、具体为主,如实物模型、图画、表格、简单的算式等,而不是复杂的数学公式。例如,在学习“可能性”时,可以通过制作简易的抽奖转盘来建模,直观地展示不同结果发生的可能性大小,整个过程简单明了,易于学生理解和操作。

在简化的过程中,教师的引导性作用至关重要。由于小学生的知识经验有限,独立完成整个建模流程存在困难,教师需要扮演“脚手架”的角色。在提出问题阶段,教师通过追问启发学生思考;在建立模型阶段,教师可以提供多种模型工具(如方格纸、计数器)供学生选择,或示范如何将信息整理成表格;在求解和检验阶段,教师则引导学生关注结果的实际意义,并反思过程的合理性。这种引导不是直接告知答案,而是通过铺设台阶、设置探究路径的方式,支持学生一步步自主前行,体验“做数学”的完整过程。整个过程如同在教练的指导下学习游泳,既保证了安全,又让学生亲身体验了每个动作要领,最终逐步学会独立游泳。

（三）结果的实用性与启发性

小学数学建模的第三个特点,在于其结果强调实用性和启发性,而非理论的严谨性。建模活动的最终产出,不仅仅是一个数字或结论,更重要的是这个结果

能让学生感受到数学的价值，并从中获得新的思考和启发，为未来的学习与生活埋下智慧的种子。

实用性体现在建模结果能够直接应用于解决最初的现实问题，让学生获得成就感。当学生通过自己建立的模型，成功设计出最节省的购物方案，或规划出最高效的周末活动时间表时，他们会真切地体会到数学的“有用之处”。这种“学以致用”的体验，是激发学生持续学习数学兴趣的最有效方式之一。教师应鼓励学生将建模成果在班级、家庭甚至社区中进行展示和应用，如根据“垃圾分类”建模结果制作宣传海报，或将“合理用水”的研究报告贴在水龙头旁，进一步强化结果的实用价值。

启发性则关注建模活动对学生思维发展的长远影响。一个好的建模活动，其结果往往不是唯一的或终结性的，而是能够引发学生更深层次的思考。例如，在完成了“设计书架”的模型后，学生可能会发现，不同的设计方案各有优劣，有的承重好，有的省材料。这会启发他们思考“标准”的多样性，并理解“最优”往往是相对的。教师可以进一步提问：“如果我们的书本大小不同，模型需要怎样修改？”“这个模型除了用于设计书架，还能用来设计什么？”这些开放性问题能够激发学生的想象力和批判性思维，让他们认识到模型是可变的、可发展的，从而培养其持续探究的科学精神。

三、小学数学建模的教学模式

为了有效地在小学阶段开展数学建模活动，培养学生的核心素养，教育工作者探索出了多种行之有效的教学模式。这些模式各有侧重，但都旨在将学生置于学习的中心，强调动手实践、合作探究与综合运用，以适应不同教学内容和学生群体的需求。

（一）教师引导下的“做中学”模式

“做中学”模式源于教育家杜威的理念，强调“从做中学习”，在小学数学建模教学中具体化为一种在教师精心引导下，学生通过动手操作、亲身实践来建构数学知识和理解模型思想的教学方式。这种模式的核心在于将抽象的数学概念物化为可感知的操作活动，让学生在“做”的过程中发现问题、探索规律、形成模型。

在该模式下，教师是活动的设计者和引导者。教师首先会根据教学目标，创



设一个需要通过动手操作来解决问题的任务情境。例如,在教学“图形的面积”时,教师可以提供方格纸、剪刀和不同形状的卡纸,让学生通过“数、剪、拼、移”等操作,自主探索计算不规则图形面积的方法。学生的“做”贯穿始终:他们动手测量、拼接图形、记录数据,在这一系列具体操作中,逐步将感性认识提升为理性思考,最终抽象出面积计算的通用模型或方法。教师的引导则体现在关键节点的启发与点拨,例如当学生遇到困难时,教师会提问“这个多出来的部分能不能移到别处去补齐?”从而引导学生发现“转化”这一核心数学思想。这种模式让学生深刻体验到知识的形成过程,获得的理解更为深刻和持久。

（二）小组合作的“探究式”模式

小组合作的“探究式”模式是将学生分成若干小组,以小组为单位共同围绕一个具有挑战性的建模任务展开探究。这种模式充分发挥了同伴互助的优势,鼓励学生在交流、碰撞与协作中共同完成问题的分析、模型的建立、求解与验证的全过程。它不仅能培养学生的数学能力,更能有效提升其沟通、协作和批判性思维等综合素养。

1. 任务驱动与分工协作:教师通常会发布一个比个人独立完成稍具难度的开放性任务,如“为学校义卖活动设计一个最优的摊位布局方案”。任务发布后,小组成员首先需要共同解读任务,进行“头脑风暴”,分析其中涉及的数学问题,如人流量、空间利用率、商品摆放等。随后,小组成员可以根据各自的兴趣和特长进行分工,有的负责实地测量和数据收集,有的负责绘制草图,有的负责计算和方案比较,形成高效的合作链条。

2. 交流论证与思维碰撞:探究的核心在于交流与论证。在建模过程中,小组成员需要不断地分享各自的发现和想法,对不同的假设和方案进行讨论。当出现分歧时,他们需要通过摆事实、讲道理来说服对方,或者共同寻找更优的解决方案。这个过程充满了思维的碰撞,每个学生既是贡献者也是学习者,能够从同伴那里获得启发,修正自己的思路。教师在此期间扮演促进者和资源提供者的角色,观察各小组的进展,适时介入,提供必要的指导或工具支持,但避免直接给出答案,确保探究的自主性。最终,各小组展示其建模成果和解决方案,并接受其他小组的提问和评价,在更广范围的交流中深化理解。

（三）项目驱动的“综合实践”模式

项目驱动的“综合实践”模式是数学建模教学中综合性最强、最贴近真实问

题解决的一种模式。它以一个真实、复杂的项目为载体，要求学生在较长的一段时间内，综合运用数学以及其他学科的知识与技能，以团队合作的方式，完成从项目启动、策划、执行到成果展示的全过程。这种模式通常与学校的综合实践活动课程相结合，旨在培养学生解决复杂问题的综合能力和创新精神。

该模式下的项目通常具有跨学科的特点。例如，一个名为“我们的绿色校园”的项目，可能要求学生设计校园的节水、节电或垃圾分类回收方案。在这个项目中，学生不仅需要用到数学中的统计图表来分析数据、通过计算来评估成本与效益、运用几何知识来规划设施布局，还可能需要运用到科学知识（了解水循环、电能消耗原理）、语文知识（撰写项目报告和宣传文案）以及信息技术（制作演示文稿和数据图表）。

项目实施过程结构化，通常包括项目启动会、中期汇报和最终成果展示等环节。学生在项目初期需要进行深入的调研，明确问题和目标；在项目中期，他们需要不断地进行尝试、测试、修正自己建立的模型和方案；在项目末期，他们需要提交一份完整的项目报告，并以公开答辩或成果展览的形式，向老师、同学甚至家长和社会人士展示自己的研究成果。这种模式周期长、任务重，但给予了学生极大的自主空间和创造平台，能够最大程度地锻炼其项目管理、团队协作和综合实践创新的能力，是培育高阶数学素养的有效途径。

第三节 实际问题与数学模型

在小学数学教育中，引导学生将目光从课本中的抽象符号转向生活中丰富多彩的实际问题，是培养学生数学核心素养的重要途径。实际问题与数学模型的构建，不仅是知识的简单应用，更是一种重要的数学思维方式，它教会学生如何用数学的眼光观察、思考世界，并最终用数学的方法解决现实生活中的难题。

整个数学建模过程是一个从实际到抽象再回归实际的循环，具体流程和核心任务可见下表。

数学模型构建与应用流程表

阶段	核心任务	关键能力	产出物
问题转化	识别信息，分析数量关系	阅读理解、逻辑推理	数学表达式（算式 / 方程）
模型构建	选择或创造数学框架	归类匹配、抽象概括	算术模型、代数模型、 几何模型
模型求解	运用运算技能得出结果	运算准确性、严谨规范性	数学问题的解（数值 / 符号）
回归验证	解释结果，检验合理性	批判性思维、常识判断	实际问题的答案及建议

一、从实际问题到数学问题的转化

将一个生动、复杂的实际问题提炼成一个清晰、简洁的数学问题，是模型化思想的第一步，也是至关重要的一步。这个过程考验学生的阅读理解能力、信息筛选能力和逻辑思维能力，是连接生活与数学的桥梁。

（一）识别问题中的关键信息

在面对一个实际问题时，学生首先需要成为一个信息的捕获者和筛选者。生活中的问题往往夹杂着大量与数学核心无关的描述性语言或冗余数据。例如，“果园里有 3 行苹果树，每行 5 棵，树上结满了又大又红的苹果，另外还有 2 棵梨树，请问苹果树一共有多少棵？”面对这样的问题，学生必须能够识别并忽略“又大又红”这类修饰性词语，并准确识别出“3 行”、“每行 5 棵”是解决问题所必需的关键数字信息，而“2 棵梨树”则是与所求问题无关的干扰信息。教师在教学中，应有意识地设计包含多余信息或信息缺失的问题情境，引导学生通过提问、划重点、列表格等方式，训练他们从复杂的文本或情境中精准提取有效数据的能力。

这个过程本质上是对问题进行“净化”和“聚焦”的过程。学生需要明确“已知什么？”和“要求什么？”这两个基本出发点。例如，在处理“妈妈带了 50 元钱去超市，买了一瓶 12 元的酱油和一袋 8 元的盐，还想买一包 25 元的饼干，钱够吗？”这类问题时，关键信息不仅包括具体的数字（50 元、12 元、8 元、25 元），还包括行为动词所代表的运算意义（“买了”意味着支出，“还想买”意味着将要发生的支出）。通过反复的练习，学生能够逐渐养成一种习惯，在接触到任何实际问题时，都能自动开启信息扫描和过滤机制，为后续的分析和建模奠定坚实的基础。

（二）分析问题中的数量关系

识别出关键信息之后，下一步便是探寻这些信息背后的内在逻辑，即分析问题中的数量关系。这是将零散信息串联成有意义的数学结构的核心步骤。小学阶段所涉及的数量关系多种多样，从最基础的整体与部分的关系（加法、减法），到倍数关系（乘法），再到包含与分配关系（除法），以及更为复杂的和差、和倍、差倍等问题，每一种都对应着特定的数学运算。教学活动应着重引导学生理解这些关系的本质，而不仅仅是记忆公式。例如，在面对“兔子比鸭子多5只”时，学生需要理解这背后隐藏着三个等量关系：兔子数量 - 鸭子数量 = 5，鸭子数量 + 5 = 兔子数量，兔子数量 - 5 = 鸭子数量。

分析数量关系的过程，是一个深度思考和逻辑推理的过程。教师可以借助画图、特别是线段图的方式，将抽象的数量关系变得直观可见。比如，在解决行程问题时，画一条线段来表示总路程，再在线段上标记出各部分路程和速度、时间，能极大地帮助学生理清“相遇”与“追及”模型中速度、时间、路程三者之间的复杂联系。同样，在处理购物问题时，可以引导学生分析“总价 = 单价 × 数量”这个基本关系，并由此衍生出“单价 = 总价 ÷ 数量”和“数量 = 总价 ÷ 单价”等变形。

深入理解和熟练分析数量关系，能让学生在面对新问题时，不再感到无从下手，而是能够迅速抓住问题的数学本质，判断出应该采用何种运算和策略来解决问题。这种能力是学生从“会做一道题”跃升为“会解一类题”的关键，也是数学思维从具象向抽象发展的重要体现。通过这样的训练，学生能够建立起对数学运算意义的深刻理解，为后续构建数学模型打下牢固的逻辑基础。

（三）用数学语言表述问题

当关键信息和数量关系都已清晰，接下来的任务就是将这些用自然语言描述的思考过程，转化为精确、简洁、普适的数学语言。这是从具体思维向抽象思维的又一次飞跃，也是数学模型初具雏形的标志。数学语言是一种高度浓缩的符号系统，它包括数字、运算符号、关系符号（如 $>$ 、 $<$ 、 $=$ ）以及字母（用于表示未知数）等。

这个转化的过程，要求学生掌握基本的数学符号含义，并能准确运用它们来表达数量关系。例如，将“一个数比另一个数多5”这一关系，从最初的文字描述，转化为具体的算式如“ $12-7=5$ ”，再进一步抽象为含有未知数的表达式如“ $x-y=5$ ”。



这一过程帮助学生摆脱对具体数值的依赖,开始从结构和关系的高度来审视问题。在教学实践中,教师应鼓励学生大胆使用数学符号来记录自己的思考过程,比如用方框或字母“ x ”代表未知数,并尝试列出等式或不等式。这不仅是对问题本质的再次提炼,也是代数思想的早期渗透。通过这种方式,原本冗长复杂的问题被简化为清晰的数学表达式,使得问题的核心结构一目了然,为接下来的模型求解铺平了道路。

二、数学模型的构建与求解

从数学问题到数学模型的构建,意味着学生需要选择或创建一个能够代表问题核心结构的数学框架。这个框架可能是简单的算式,也可能是方程、图表等。接着,学生将运用已有的数学知识和技能,在这个框架内进行运算和推理,以求得模型的解。

(一) 选择合适的数学模型

构建数学模型的核心在于“选择”与“匹配”,即根据问题的内在数量关系和特点,选择最能有效表达和解决问题的数学结构。在小学阶段,数学模型的形式是多种多样的,教师需要引导学生认识并掌握在不同情境下选择恰当模型的能力。

1. 算术模型:这是最常见的一种模型。对于简单的加减乘除应用题,一个或一组算式本身就是其数学模型。例如,“鸡兔同笼”问题,可以通过假设法列出一系列算式求解,这一组运算步骤就构成了解决该类问题的算术模型。

2. 代数模型:随着方程思想的引入,学生可以学习使用含有未知数的等式来为问题建模。例如,解决“一个数的3倍比它本身多18,求这个数”这类问题时,设未知数为 x ,列出方程“ $3x - x = 18$ ”,就建立了一个简洁而强大的代数模型。

3. 几何模型:对于涉及空间与图形的问题,如计算周长、面积、体积等,相应的公式(如 $C=(a+b) \times 2$, $S=a \times b$)就是其几何模型。有时,画图本身也是一种重要的建模方式,通过图形的直观性来辅助思考和求解。

4. 统计模型:在处理涉及数据收集、整理和分析的问题时,统计图表(如条形统计图、折线统计图)就是有效的数学模型。它们能直观地展示数据的分布、变化趋势,帮助学生从数据中发现信息,做出判断。

选择模型的过程,实质上是对问题进行归类的过程。教师应通过实例教学,

让学生体会不同模型的适用范围和优缺点。例如，有些问题既可以用算术方法解，也可以用方程解，通过比较，学生能体会到方程作为一种普适性更强的模型的优越性。引导学生认识到，同一个实际问题有时可以对应不同的数学模型，而选择最优模型则是一种数学策略和智慧的体现。这种能力的培养，有助于学生形成结构化的数学知识体系，提高解题的灵活性和创造性。

（二）运用数学方法求解模型

一旦数学模型建立起来，解题过程就进入了技术性操作阶段。这个阶段主要依赖于学生已掌握的数学知识和运算技能，例如整数、小数、分数的四则运算，解方程的步骤，公式的运用，图表的绘制与读取等。这个过程强调的是准确性和规范性。学生需要严格按照运算法则和解题步骤进行操作，确保每一步计算和推理的正确无误。

在求解模型的过程中，教师应注重培养学生严谨的科学态度和良好的学习习惯。这包括书写工整，步骤清晰，计算准确。对于方程求解，要强调等式的基本性质是每一步变形的依据；对于复杂的算术题，要引导学生注意运算顺序，合理使用运算定律进行简便计算。同时，这也是一个培养结构化思维和算法意识的过程，学生通过遵循一系列固定的程序或步骤来解决问题，这对于培养其逻辑思维和系统处理问题的能力大有裨益。虽然这个阶段更侧重于“技术”的层面，但它同样是数学核心素养不可或缺的一部分，因为没有准确的求解，再完美的模型也无法得出正确的结论。

（三）得到数学问题的解

经过一系列严谨的计算与推理，学生最终会得到一个数值、一个表达式或一个图形化的结果。这个结果是数学模型被求解后产生的“产品”，我们称之为“数学问题的解”。需要强调的是，这个解在当前阶段是纯数学层面的，它暂时脱离了最初的实际情境，只是一个数字或符号。例如，通过解方程“ $2x + 10 = 30$ ”，我们得到“ $x = 10$ ”。这里的“10”，就是数学问题的解。它本身没有单位，也没有特定的现实含义，只是一个在数学逻辑框架内成立的答案。认识到这一点非常重要，因为它提醒我们，解题过程并没有在此结束，还有一个关键的“回归”步骤需要完成。将数学解与实际问题分离开来看待，有助于培养学生区分“数学世界”与“现实世界”的意识，理解数学的抽象性和普适性。



三、从数学解到实际答案的回归

数学建模的最终目的是为了解决实际问题。因此，在得到纯数学的解之后，必须将其带回到最初的问题情境中进行解读、检验和应用。这个“回归”的过程，体现了数学的应用价值，是连接理论与实践的最后一公里。

（一）解释数学解的实际意义

将纯数学的解“翻译”回现实世界的语言，是回归过程的第一步。这一步要求学生重新审视问题的背景，将得到的数字或结果与问题中的具体事物和单位联系起来。前面方程解出的“ $x=10$ ”，如果原问题是“我有几本书？我的书的数量乘以2再加上10等于30”，那么“10”的实际意义就是“10本书”。如果问题是关于年龄，“10”就代表“10岁”；如果关于距离，“10”可能就是“10米”。

这个环节的训练能够有效防止学生将数学学习与现实生活割裂开来。教师应引导学生在得出答案后，必须用一句完整的话来描述这个答案的实际含义，并为其添加正确的单位。例如，在计算出长方形面积为24后，应明确指出“这个长方形的面积是24平方厘米”。

这种解释过程不仅是对答案的完善，更是对问题理解的深化。它促使学生再次思考整个解题路径，确认自己的模型和计算是否真的指向了问题所求的目标。通过赋予数学解实际的意义，冰冷的数字变得鲜活起来，学生也更能体会到数学作为一种工具的强大力量，从而激发学习数学的内在兴趣和应用意识。

（二）检验答案的合理性

得到具有实际意义的答案后，并不能立刻宣告任务完成。一个至关重要且常常被忽略的步骤是检验答案的合理性。这不仅仅是把答案代入原方程或算式进行验算的技术性工作，更是一种基于常识、逻辑和估算的综合判断。小学生需要在这个阶段培养一种批判性的反思能力，学会从不同角度审视自己的结论。检验合理性可以从以下几个层面进行：

1. 情境合理性：答案是否符合生活常识？例如，计算出人的身高是5米，或者公交车的速度是500公里/小时，这些显然不符合现实情境，说明在建模或计算过程中很可能出现了错误。

2. 逻辑自洽性：答案是否与问题中的已知条件相矛盾？例如，问题中提到“哥哥比弟弟年龄大”，但计算结果却是弟弟的年龄更大，这就说明答案不合理。

3. 估算对比法：在求解之前或之后进行估算，看精确解是否与估算结果相去不远。例如，计算 39×51 时，可以估算为 $40 \times 50 = 2000$ ，如果计算结果是 200 或者 20000，则很可能存在错误。

4. 代入检验法：这是最直接的数学检验方式，将求得的解代回原始的数量关系中，看等式或不等关系是否成立。

培养检验合理性的习惯，能够极大地提高学生解决实际问题的准确率，更重要的是，它能培养学生严谨求实的科学态度和自我纠错、反思修正的元认知能力。教师应鼓励学生将检验作为解题的必要环节，并分享各种检验的方法和技巧，让学生从“做出答案”向“做出正确且合理的答案”迈进。

（三）提出解决实际问题的建议

数学建模的最高层次，不仅仅是给出一个答案，更是基于这个答案提出解决实际问题的策略或建议。这一步将学生从一个解题者提升为一个决策者，真正体现了数学的应用价值。例如，在解决了“如何租车最省钱”的问题后，学生不应仅仅给出“租 2 辆大车和 1 辆小车”这个答案，而应进一步提出明确的建议：“我们应该采用租 2 辆大车和 1 辆小车的方案，因为这样总花费最少，为 XXX 元。”

在某些更复杂的情境中，解决方案可能不是唯一的，或者需要在不同因素之间进行权衡。例如，一个最优方案可能时间最短但花费最高，而另一个方案花费较少但耗时较长。在这种情况下，教师可以引导学生进行讨论，分析不同方案的利弊，并根据不同的需求（如“时间最重要”或“成本最低”）提出不同的建议。这不仅锻炼了学生的数学应用能力，还培养了他们的批判性思维、沟通能力和综合决策能力，使其深刻体会到数学在应对真实世界复杂性时的智慧与价值。通过这一环节，学生能够将一次解题经验升华为一种可迁移的解决问题的能力，为其未来的学习和生活奠定坚实的基础。

第四节 模型思想的应用案例

模型思想是小学数学核心素养的重要组成部分，它强调从现实情境中抽象出数学模型，并运用模型解决实际问题的能力。本节将通过三个经典的数学案例，深入探讨模型思想在小学数学教学中的具体应用与培育路径，展示如何构建数学模型，以及模型在解决问题中所展现的强大威力。关于本节讨论的三种模型思想



的核心特征，可参考下方小学数学模型应用案例总结表：

小学数学模型应用案例总结表

案例主题	核心数学思想	模型类型	典型结构	解决问题的关键
鸡兔同笼	代数抽象 (关系识别)	方程模型 (二元一次)	$x + y = H$, $2x + 4y = F$	将复杂关系转化为精确的代数结构
租车方案	优化决策 (成本最小化)	不等式 / 函数模型	$40x + 25y \geq 200$, $Z = \min(800x + 550y)$	识别约束条件，寻找单位成本最低解
植树问题	归纳推理 (模式发现)	序列模型 (点与段关系)	棵树 = 间隔数 ± 1 (或不变)	确定情境类型 (两端 / 一端 / 封闭) 并套用公式

一、案例一：“鸡兔同笼”问题与方程模型

“鸡兔同笼”作为中国古代经典的数学问题，不仅趣味盎然，更蕴含着丰富的数学思想。它为学生提供了从具体算术思维过渡到抽象代数思维的绝佳契机，是培养学生模型思想的经典范例，其核心在于引导学生将复杂关系简化为数学结构。

(一) 问题的情境呈现

“鸡兔同笼”问题的典型情境是：在一个笼子里，关着若干只鸡和若干只兔子。从上面数，有 35 个头；从下面数，有 94 只脚。问笼中各有几只鸡和几只兔子？这个问题的呈现方式非常直观，贴近学生的生活经验，能够迅速激发学生的好奇心和探究欲望。问题的已知条件清晰，即头的总数和脚的总数；未知量是鸡和兔子的数量。情境的核心在于两种动物具有不同的特征量（鸡有 2 只脚，兔有 4 只脚），而总量又是它们共同贡献的。

这种情境设置的巧妙之处在于，它包含了一组隐含的相等关系。鸡的数量与兔子数量之和等于头的总数，这是一个显性的关系。鸡的脚数与兔子的脚数之和等于脚的总数，这是另一个核心的数量关系。问题的挑战性在于，两个未知数相互关联，相互制约，需要学生将这两个关系整合起来进行思考，从而突破单一算术思维的局限，为引入模型思想做好了铺垫。

教师在引导时，可以通过提问来深化学生对情境的理解：“如果笼子里全是鸡，会有多少只脚？”“如果全是兔子呢？”，这些假设性的问题能够引导学生关注到变量与总量之间的联系，初步感受用极端假设来探索问题边界的数学方法，为后续多种解法的出现和模型思想的建立奠定扎实的基础。学生在具体情境中反

复思索，逐步将生活问题转化为一个待解决的纯粹的数学问题。

（二）多种解法与模型思想的体现

“鸡兔同笼”问题的魅力在于其解法多样，每一种解法都从不同侧面体现了模型思想的萌芽。这些方法不仅是解题技巧，更是思维方式的展现，反映了学生从具体到抽象、从算术到代数思维水平的提升。

在教学初期，学生们通常会自发地尝试一些较为朴素直观的方法。

1. 猜测与尝试法：这是最原始的解题策略。学生们会随意猜测鸡和兔的数量，例如，猜测有 20 只鸡和 15 只兔子，然后计算脚的总数是否为 94。如果不是，就根据结果调整猜测的数值，直到找到正确答案。这个过程看似“笨拙”，实际上是建立了一种“输入—计算—验证—调整”的试错与反馈的循环机制，学生在反复试错中逐步逼近目标，锻炼了数感和估算能力。

2. 绘画法：部分学生会选择将问题中的鸡和兔子画出来。他们先画出 35 个头，然后给每个头先画上 2 只脚，这样总共画了 70 只脚。接着，他们会发现还剩下 $94-70=24$ 只脚没有画。因为兔子比鸡多 2 只脚，所以每给一个动物添上 2 只脚（使其变为 4 只脚），这个动物就从“鸡”变成了“兔子”。用 $24 \div 2 = 12$ ，就可以确定有 12 只兔子，剩下的 23 只就是鸡。这种方法将抽象的数字关系转化为形象的图形，借助图形的直观性来辅助思考，体现了数形结合的思想，是借助直观图形解决抽象问题的典型案例。

3. 假设法：这是该问题经典的算术解法，也是模型思想的重要体现。可以假设笼子里全是鸡，那么应该有 $35 \times 2 = 70$ 只脚，比实际少了 $94-70=24$ 只脚。为什么会少呢？因为我们把每只兔子都少算了 $4-2=2$ 只脚。因此，这 24 只脚的差额是由兔子的数量造成的，用 $24 \div 2 = 12$ ，就求出了兔子的数量是 12 只，鸡的数量自然就是 $35-12=23$ 只。同样，也可以假设全是兔子，进行反向推理。假设法通过设定一个极端的、简化的初始状态来构建一个“基准模型”，然后通过分析差异来修正模型，最终解决问题。这种思想方法是建立更为复杂的数学模型的基础。

这些解法虽然形式各异，但其内在逻辑都蕴含了模型思想的精髓：将复杂的问题情境进行简化、转化，通过构建一个可操作、可分析的中间“模型”（无论是试错的循环、具体的图形还是逻辑上的假设），来揭示数量关系，最终找到问题的答案。



（三）方程模型的优越性分析

虽然假设法等算术解法巧妙而富有启发性，但面对更复杂的问题，方程模型展现出其无与伦比的优越性。方程是代数思想的核心，它提供了一种更为通用、更为规范的建模工具，能够清晰、普适地表达问题中的数量关系，是模型思想发展的高级阶段。

方程模型的建立过程本身就是一种高度的抽象。学生需要识别问题中的未知数，并用符号（如 x 和 y ）来代表它们。在“鸡兔同笼”问题中，可以设鸡的数量为 x 只，兔子的数量为 y 只。然后，根据问题中的两个核心相等关系，可以建立一个二元一次方程组： $x + y = 35$ 和 $2x + 4y = 94$ 。这个方程组就是一个抽象的数学模型，它精准地刻画了问题内部的结构。与算术方法相比，列方程的过程迫使学生从整体上把握问题的全部数量关系，而不是仅仅聚焦于局部的计算技巧。它将思维的重点从“如何算”转向了“关系是什么”，这正是模型思想的核心要求。

方程模型的优越性还体现在其通用性和可扩展性。一旦掌握了建立方程模型的方法，学生就可以用它来解决各种结构相似的问题，如“租船问题”、“购物问题”等，实现了知识的迁移和应用。当问题的数值变得复杂（例如头有 100 个，脚有 326 只）或者出现“鸡、兔、蜘蛛同笼”（涉及三种或更多未知量）的情况时，算术方法的局限性立刻显现，计算过程会变得异常繁琐且容易出错。而方程模型则能保持其结构的清晰性和解法的程序化，只需增加未知数和方程，按照固定的代数方法即可程序化求解，展现了极强的适应能力和普适性。这种从特殊到一般的思想，正是数学模型追求的目标。因此，引导学生从算术解法过渡到方程模型，是帮助他们建立规范、高效、普适的数学思维方式，实现认知水平跃升的关键一步。

二、案例二：“租车方案”问题与优化模型

在小学数学中，“租车方案”问题是一类典型的最优化问题。它要求学生在多种限制条件下，设计出成本最低、效率最高或最符合某种需求的方案。这类问题与生活联系紧密，能够有效激发学生的学习兴趣，并在解决问题的过程中，自然而然地渗透优化思想和建立数学模型的能力。

（一）问题分析与变量确定

“租车方案”问题的起点是对具体情境的深入分析和核心变量的准确确定。例如，一个典型的问题情境是：学校组织四年级 200 名师生去秋游，有两种车型可供选择：大客车每辆限乘 40 人，租金 800 元；小客车每辆限乘 25 人，租金 550 元。要求每位师生都有座位，如何租车最省钱？

在分析这个问题时，学生需要首先识别出问题中的关键信息和约束条件。关键信息包括总人数（200 人）、两种车型的载客量（40 人/辆和 25 人/辆）以及各自的租金（800 元/辆和 550 元/辆）。约束条件是“每位师生都有座位”，这意味着所有租用车辆的总载客量必须大于或等于 200 人。问题的最终目标是“最省钱”，即寻求总租金的最小值。在这个过程中，学生需要明确，影响最终租金的核心变量是两种车型的数量。因此，可以确定本题的两个核心变量：所需大客车的数量和所需小客车的数量。将实际问题中的次要因素（如车辆舒适度、行驶时间等）剥离，抓住主要矛盾（人数和成本），是建立优化模型的第一步，也是模型思想中“简化”与“抽象”的直接体现。

（二）建立函数模型或不等式模型

在确定了变量之后，下一步就是运用数学语言来描述变量之间的关系，即建立数学模型。对于“租车方案”这类问题，可以根据学生的认知水平，引导他们建立不同层次的数学模型，如表格模型、不等式模型或初步的函数模型。

对于中年级的学生，最直观模型是表格。学生可以系统地枚举各种可能的租车组合。例如，完全不租小客车，需要多少辆大客车？（ $200 \div 40 = 5$ 辆，租金 $5 \times 800 = 4000$ 元）。如果租 1 辆小客车，剩下的人数需要几辆大客车？（ $(200-25) \div 40 = 4.375$ ，即需要 5 辆大客车）。学生可以通过不断尝试，将所有可行的方案（即总载客量刚好满足或略超过 200 人）一一列出，并计算每种方案的租金，最后通过比较找到最小值。这个列表本身就是一个离散的、枚举式的数学模型，它将所有可能性清晰地呈现出来，便于分析和决策。

对于高年级的学生，可以引导他们建立更为抽象的不等式模型或函数模型。设租用大客车 x 辆，小客车 y 辆。根据“每位师生都有座位”的约束条件，可以建立不等式： $40x + 25y \geq 200$ 。这是一个二元一次不等式，表示了所有可行方案的集合。而我们的目标是让总租金 Z 最小，总租金可以表示为 $Z = 800x + 550y$ 。这个问题就转化为在线性约束条件 $40x + 25y \geq 200$ 下，寻求目标函



数 Z 的最小值。虽然小学阶段不直接讲线性规划,但这种用函数和不等式来表达问题结构的思想,是优化模型的核心。学生可以通过讨论,发现为了省钱,应尽量减少空座位,即让 $40x + 25y$ 的值在满足大于等于 200 的前提下,尽可能接近 200。这个过程就是对优化模型的定性分析和求解。

(三) 方案的比较与最优选择

建立模型后,解决问题的关键就落在了对不同方案的系统比较和最终的最优选择上。这个过程是对模型进行求解和检验的应用阶段,也是学生决策能力和逻辑思维能力的集中体现。无论采用表格枚举还是基于不等式的分析,最终都需要一个清晰的比较过程。

使用表格模型的学生,在列出所有可行方案后,会得到一个包含多种组合及其对应租金的列表。例如,方案一:5 辆大客车,0 辆小客车,总载客量 200 人,租金 4000 元。方案二:4 辆大客车,2 辆小客车,总载客量 $160+50=210$ 人,租金 $3200+1100=4300$ 元。方案三:3 辆大客车,4 辆小客车,总载客量 $120+100=220$ 人,租金 $2400+2200=4600$ 元。方案四:0 辆大客车,8 辆小客车,总载客量 200 人,租金 4400 元。通过逐一比较,学生可以清晰地看到不同方案的成本差异,并最终确定租用 5 辆大客车的方案是最省钱的。

使用不等式和函数思想的学生,则会进行更深层次的分析。他们可能会计算两种车型的“单位成本”,即每搭载一人的成本。大客车为 $800 \div 40 = 20$ 元/人,小客车为 $550 \div 25 = 22$ 元/人。从单位成本来看,大客车的性价比更高。因此,在能够坐满的情况下,应优先选择大客车。这就解释了为什么租用 5 辆大客车(刚好坐满 200 人)的方案成本最低。这个分析过程超越了简单的枚举,而是从模型本身的结构出发,找到了一个具有指导性的优化原则:“优先使用单位成本更低的车型”。

通过比较和选择,学生不仅找到了答案,更重要的是完整体验了“构建模型—分析模型—做出决策”的科学流程。他们认识到,一个好的数学模型能够帮助我们系统地思考问题,避免遗漏,并能通过理性的分析和计算,从众多可能性中找到最佳的解决方案。这正是优化模型思想在培养学生实际问题能力方面的核心价值所在。

三、案例三：“植树问题”与归推模型

“植树问题”是小学数学中培养学生归纳推理能力和建立序列模型的经典题材。这类问题通过研究“点”与“段”之间的关系，引导学生从具体操作中发现模式，通过归纳总结抽象出数学模型，并最终应用模型解决一系列相关问题，完美诠释了模型思想中从特殊到一般的认知过程。

（一）动手操作，发现规律

“植树问题”的教学通常始于一个非常具体、可操作的情境。例如，“在一段长 20 米的路上植树，每隔 5 米栽一棵，如果两端都要栽，一共需要栽多少棵树？”。面对这样的问题，直接给出公式是不可取的。培育模型思想的关键在于让学生亲身经历规律的发现过程。

教师可以组织学生进行模拟操作。用一条线段代表路，用一些小标记代表树。学生们可以在纸上画图，或者用文具进行摆放。在这个过程中，学生会直观地看到：栽第一棵树时，还没有“间隔”；栽下第二棵树，才出现了第一个间隔；栽下第三棵树，出现了第二个间隔。通过动手画或摆，学生很容易发现，树的棵数似乎总比间隔的数量多 1。

为了验证这个初步的猜想，教师可以引导学生尝试不同的数据。如果路长变成 15 米，间隔还是 5 米呢？学生会发现路被分成了 3 个间隔，需要栽 4 棵树。如果路长 10 米呢？则有 2 个间隔，需要栽 3 棵树。通过这些具体案例的反复操作和观察，学生内心的猜想得到了不断地印证。“棵树 = 间隔数 + 1”这个规律，不是被告知的，而是学生自己在动手实践中主动建构起来的。这个从具体实例中寻找共同模式的过程，正是归纳思想的体现，也是建立归纳模型的基础。动手操作将抽象的数学关系物化，降低了学生的认知负荷，让他们在“做中学”中直观感受规律，为后续的抽象建模打下了坚实基础。

（二）归纳总结，建立模型

在学生通过动手操作和初步尝试，对“两端都栽”的情况有了直观感受和规律猜想后，教学的重点便转向对规律的归纳总结和模型的正式建立。这一步是实现从具体感知到抽象概括的关键飞跃。

教师会引导学生将刚才的发现用更精确的数学语言进行描述。明确“间隔数”如何计算。在“路长 20 米，每隔 5 米栽一棵”的情境中，间隔数就是用总长度



除以每段的长度, 即 $20 \div 5 = 4$ 个。然后, 结合之前发现的“棵树比间隔数多 1”的规律, 就可以得到棵树为 $4 + 1 = 5$ 棵。至此, 一个初步的数学模型就诞生了: 在两端都栽树的情况下, 棵树 = 总长 $\div$ 间隔长 + 1。这个公式就是一个简洁、普适的归纳模型, 它从多个具体实例中抽象而来, 能够用来解决所有“两端都栽”的植树问题。

模型思想的培育并未就此结束。一个完整的归纳模型需要考虑所有可能的情况。教师会进一步提出新的问题情境, 以拓展和完善模型。

1. 一端栽, 一端不栽: 例如, 在校门口到教学楼的路上植树, 校门口已经有一棵树了, 然后每隔一定距离栽一棵, 直到教学楼前。在这种情况下, 学生通过画图或推理会发现, 栽树的棵数恰好等于间隔的数量。模型扩展为: 棵树 = 间隔数。

2. 两端都不栽: 例如, 在一个花坛的中间部分, 每隔一段距离种一株花。学生会发现, 花的株数比间隔数要少 1。模型再次完善: 棵树 = 间隔数 - 1。

通过对这三种基本情况的归纳总结, 学生构建了一个更为完整的“植树问题”模型体系。他们理解到, “+1”、“不变”还是“-1”, 取决于“点”(树)与“段”(间隔)两端的关系。这个过程让学生深刻体会到, 数学模型不是孤立的公式, 而是一个能够根据条件变化而调整的、有弹性的思维框架。

(三) 模型应用, 解决问题

模型的价值最终体现在其应用上。在成功引导学生构建起“植树问题”的归纳模型后, 教学的最后一个环节就是设计多样的变式练习, 让学生在解决问题的过程中熟练运用模型, 并体会其解决问题的效率与乐趣。

应用问题的设计可以由浅入深, 形式多样。例如, 可以直接应用模型解决同类型问题: “在一座长 400 米的大桥两侧安装路灯, 每隔 50 米装一盏, 两端都要装, 一共需要多少盏路灯?” 学生需要运用“两端都栽”的模型, 先算出一侧的路灯数 ($400 \div 50 + 1 = 9$ 盏), 然后考虑到“两侧”, 将结果乘以 2, 得到 18 盏。这个问题考验了学生对模型的直接应用和对题目细节的审读能力。

问题的难度可以进一步提升, 进行逆向应用。例如, “同学们排成一队, 全长 20 米, 相邻两人间隔 2 米, 这队同学一共有多少人?” 这个问题本质上是“两端都站人”的植树问题, 学生需要识别出其模型本质, 从而用“植树模型”解决“排队问题”, 计算出 $20 \div 2 + 1 = 11$ 人。这种应用促进了知识的迁移, 让学生

认识到模型的普适性。更有挑战性的问题，如“在一个圆形池塘边植树，每隔 3 米栽一棵，共栽了 30 棵，这个池塘的周长是多少？”这属于封闭路线的植树问题，学生通过画图可以发现，在封闭图形中，棵树等于间隔数。因此，间隔数也是 30 个，周长就是 $30 \times 3 = 90$ 米。

通过这些丰富的应用，学生不仅巩固了所学的模型，更重要的是，他们的思维方式发生了深刻的改变。他们不再将每一个问题都看作是全新的、孤立的，而是学会会有意识地去分析新问题与已知模型之间的联系，尝试用已有的模型框架去解决新问题。这种“模型化”的思维方式，正是小学数学核心素养培育所追求的重要目标之一。学生在“发现—建立—应用”模型的完整循环中，其归纳推理、抽象概括和解决实际问题的能力都得到了切实的提升。

第九章 应用意识的培养途径

数学应用意识是连接抽象数学世界与纷繁复杂现实生活的关键桥梁，它并非与生俱来，而是在系统而科学的教育引导下，逐步内化并形成的。本章将深入探讨培养小学生数学应用意识的有效途径和具体方法，旨在帮助教育工作者将应用意识的培养贯穿于数学教学的全过程，使学生真正领悟数学的魅力与力量。

第一节 数学应用意识的内涵

数学应用意识是学生数学核心素养的重要组成部分，它指的是个体能敏锐地从数学角度观察和思考现实世界，并主动尝试运用数学知识和方法解决实际问题的心理倾向与综合能力。理解其深层内涵是有效培养该意识的前提。

一、数学应用意识的定义

数学应用意识是一个综合性的概念，它超越了单纯的解题技巧，涉及到认识、意愿和习惯等多个维度。它是指学生能够认识到数学在现实生活中的广泛应用价值，面对问题时具有主动运用数学的倾向，并逐步养成用数学眼光看待和分析周围事物的习惯。

（一）对数学应用价值的认识

对数学应用价值的认识，是数学应用意识形成的基础。这种认识并非停留在“数学很有用”的模糊概念上，而是具体、深刻且多维度的理解。它意味着学生能够清晰地感知到，数学不仅仅是课本上的公式和定理，更是解读自然现象、解析社会问题、优化生活决策的重要工具。从菜市场购物时的找零、折扣计算，到家庭装修时的面积测量与预算；从天气预报中的概率分析，到地图导航中的路线优化，数学的应用无处不在。这种认识的深度，决定了学生在面对实际问题时，能否主动联想到相关的数学知识。

在小学教育阶段，培养学生对数学应用价值的认识，需要教师精心创设富有



生活气息的教学情境。例如,在教授“统计”知识时,可以引导学生调查班级同学的兴趣爱好、统计校园内的垃圾分类情况,让学生在亲身实践中体会到数据收集、整理和分析的实际意义。在学习“图形与几何”时,可以带领学生观察周围的建筑、交通标志,发现其中蕴含的几何图形及其稳定性、美观性等特点。

当学生通过这些具体生动的实例,真切地感受到数学如何让生活变得更加有序、高效和充满智慧时,他们对数学价值的认识才会从表层走向内心。这种认识的建立,能够有效打破数学与生活之间的壁垒,使学生不再视数学为一门枯燥的、与己无关的学科,而是开始欣赏其作为一种通用语言和强大工具的独特魅力,从而为主动应用数学奠定坚实的思想基础。

（二）主动运用数学解决问题的倾向

主动运用数学解决问题的倾向,是数学应用意识的核心体现,标志着学生从被动接收知识向主动探索与实践的转变。这种倾向表现为学生在面对非数学情境下的挑战或任务时,能够自觉地、主动地思考:“这个问题里是否含有数学信息?”“我能不能用学过的数学知识来解决它?”这种内在的驱动力,是应用意识从认知层面走向行为层面的关键一步。它不是在教师明确指令下的解题活动,而是一种自发的、探索性的心理状态和行为倾向。

具备这种倾向的学生,会将数学真正内化为自己认识世界、解决问题的一种思维工具。例如,在计划一次春游活动时,他们可能会主动考虑如何利用预算知识合理安排花费,如何利用时间与速度的知识规划行程,甚至如何通过简单的统计来决定最受欢迎的目的地。在进行一项小制作时,他们会自然地运用到测量的知识来确保尺寸的精确,运用到几何图形的知识来设计美观的造型。这种主动性并非一蹴而就,它需要在长期的学习过程中,通过大量的成功体验来逐步强化。教师需要做的,不仅仅是教会学生如何解决已经包装好的数学问题,更重要的是要提供开放性的、充满探索空间的问题情境,鼓励学生自己去发现问题、定义问题,并尝试用数学的方法去分析和解决。当学生在一次次主动运用数学并成功解决实际问题的过程中,体验到思考的乐趣和成功的喜悦,这种积极的倾向便会得到巩固和发展,最终成为一种稳定的学习品质。

（三）用数学眼光观察世界的习惯

用数学眼光观察世界的习惯,是数学应用意识的最高层次和最终的內化体现。它意味着学生已经超越了“遇到问题才想起数学”的阶段,而是将数学的视角、

思维和语言内化为一种自然的、日常的观察方式和思考习惯。拥有这种习惯的学生，能够敏锐地捕捉到生活中无处不在的数学元素，并用数学的逻辑去解读和理解周围的世界。

这种习惯的养成，是一个潜移默化的过程。它要求学生能够在看似与数学无关的现象中发现其背后的数量关系、空间形式和模式规律。看到蜂巢的结构，能联想到正六边形铺满平面的几何原理及其节省材料的优势；听到一段音乐，能感知到其中节拍、韵律所蕴含的比例与序列关系；观察植物的生长，能发现其叶片排列、花瓣数量中可能存在的斐波那契数列等数学模式。这种“数学眼光”使得整个世界都变成了一个充满趣味和挑战的数学乐园。

培养这种习惯，教师需要引导学生在日常生活中进行持续的“数学发现”。可以鼓励学生写数学日记，记录一天中遇到的与数学相关的人和事；可以组织“校园中的数学”摄影比赛，让学生用镜头去捕捉几何之美与数字之趣；也可以在课堂上引入各种生活实例，如分析体育比赛中的得分策略、解读商品包装上的营养成分表、探讨地图的比例尺问题等。

当学生习惯于用数学的视角去审视世界时，他们不仅能更深刻地理解数学知识的本质和应用，更能发展出一种独特的洞察力和分析能力。这种能力使他们能够透过现象看本质，在复杂的信息中理清头绪，做出更为理性和科学的判断与决策。最终，数学不再仅仅是一门学科，而是一种赋能予人的智慧，一种伴随终身的思维品质，帮助他们更好地认识、适应并创造性地改造世界。

二、数学应用意识的构成要素

数学应用意识作为一个复杂的心理结构，由多个相互关联、相互作用的要素共同构成。它不仅包括情感态度层面的内在驱动，也涵盖了知识技能层面的实践基础，更升华至思维方法层面的策略指引。这三个要素共同支撑起完整的应用意识。

（一）数学应用的情感与态度

数学应用的情感与态度，是驱动学生主动探寻和运用数学知识的内在动力。它主要指学生在面对数学应用问题时所表现出的好奇心、求知欲、自信心以及乐于探索和敢于挑战的积极心态。拥有积极情感与态度的学生，不会将数学应用视为一种负担，而是看作一次充满乐趣和挑战的智力冒险。他们对生活中蕴含的数



学问题充满好奇，愿意主动去发现和探索，并在解决问题的过程中体验到成就感和愉悦感。

这种积极的情感和态度，是激发学生学习数学兴趣、克服学习困难的重要保障。当学生对数学应用抱有浓厚的兴趣时，他们会更主动地投入到学习活动中，即使遇到挫折和困难，也更倾向于坚持不懈，积极寻求解决办法。相反，如果学生对数学应用持有畏惧、厌烦或无所谓的态度，那么即使他们掌握了相关的知识与技能，也很难产生主动应用数学的意愿和行为。因此，在教学过程中，保护和激发学生对数学的好奇心与求知欲至关重要。教师应通过创设生动有趣的问题情境、组织富有吸引力的实践活动、给予及时的鼓励与肯定等方式，营造一个积极、宽松、支持性的学习氛围，让学生在情感上亲近数学、爱上应用，从而为数学应用意识的培养提供源源不断的情感支持。

（二）数学应用的知识与技能

数学应用的知识与技能是实现数学应用的基石，是连接理论与实践的桥梁。如果说情感与态度是“想不想用”的问题，那么知识与技能就是“会不会用”和“能不能用”的问题。它不仅要求学生扎实掌握数学的基本概念、公式、法则等事实性知识，还要求他们熟练运用运算、推理、数据分析等基本技能。知识与技能的储备与熟练程度，直接决定了学生在面对实际问题时，能否找到合适的数学工具，并有效地加以运用。

具体来说，数学应用的知识与技能包含以下几个方面：

1. 基础性知识与技能的掌握：这是最基本的要求。学生必须对各个数学知识模块，如数与代数、图形与几何、统计与概率等有清晰的理解和掌握。例如，不理解比例的意义，就无法解决地图缩放、模型制作等实际问题；不熟练掌握四则运算，就无法完成购物结算、成本核算等任务。

2. 知识间的联系与整合能力：实际问题往往是复杂的、综合的，很少只涉及单一的知识点。因此，学生需要具备将不同领域、不同模块的数学知识进行关联和整合的能力。例如，解决一个最优方案设计的问题，可能需要同时用到函数、不等式和统计图表等多种知识。

3. 数学语言的转换与表达能力：应用数学解决问题的过程，本质上是一个翻译的过程。学生需要能够将生活化的、非形式化的实际问题语言，准确地“翻译”成数学化的、形式化的语言（如建立方程、函数关系或几何模型），在数学世界

里通过计算和推理得出结论后，再将数学结论“翻译”回生活语言，用以解释现象或指导实践。这种在不同语言体系间自如切换的能力，是数学应用的核心技能之一。缺乏这种能力，学生就会面临“看得懂问题，却列不出式子”或“算得出答案，却说不清意义”的困境。

数学应用问题解决的核心步骤和要素，可见下表所列：

数学应用问题解决的步骤与核心要素表

步骤	核心活动	培养能力
1. 发现与理解	从现实情境中识别数学问题，提取信息。	观察力、问题意识、信息处理能力
2. 建立模型	将实际问题抽象为数学表达式或结构。	抽象思维、建模能力、转换能力
3. 求解与计算	运用数学知识和技能进行计算和推理。	运算能力、逻辑推理能力、知识运用能力
4. 解释与验证	将数学结论回归现实，并检验其合理性。	批判性思维、表达交流能力、实践能力

（三）数学应用的思维与方法

数学应用的思维与方法，是数学应用意识的智慧核心，它指导着学生如何有效地思考问题和选择策略。它超越了具体的知识点和运算技能，上升到了思想方法的层面，主要包括模型思想、优化思想、推理思想、数据分析思想等。这些思维与方法为学生提供了一套分析问题、构建联系、解决问题的“思想工具箱”。

模型思想是数学应用思维中的关键。它的本质是简化和抽象，即从复杂的现实情境中剥离出主要的、本质的数学关系，用数学结构（如方程、函数、图形等）来近似地刻画它，从而将一个实际问题转化为一个数学问题。培养学生的模型思想，就是培养他们抓住问题本质、进行抽象概括的能力。例如，面对行程问题，能够迅速建立起“路程 = 速度 × 时间”的数学模型；面对利润问题，能够构建起“利润 = 售价 - 成本”的模型。这种化繁为简、聚焦关系的能力，是高效解决应用问题的基础。优化思想则引导学生在多种可行的解决方案中，寻求最优、最简或最经济的方案，这在资源分配、路线规划、时间管理等问题中尤为重要。数据分析思想则鼓励学生通过收集、整理和分析数据来做出判断和决策，而不是仅仅依赖直觉。

第二节 生活情境的数学化

数学绝非束之高阁的抽象理论，它源于生活，也服务于生活，是一门高度实用的科学。将数学教学与具体的生活情境紧密结合，是培养小学生数学核心素养的必由之路。生活化的数学教学能有效打破数学枯燥乏味的刻板印象，引导学生真切地感受数学的魅力与实际价值，从而实现知识掌握与能力提升的有机统一。生活情境数学化的核心步骤与目标可见下表：

生活情境数学化核心步骤与目标表

核心步骤	教学目标	关键活动 / 场景	对应学习阶段
发现问题	培养问题意识、激发探索欲	观察身边现象、模拟购物、 户外提问	认知起点
解决问题	培养抽象建模能力、应用意识	租车优化、家庭账单分析、 构建数学模型	思维核心
实践巩固	深化理解、提升实践能力	家庭分类计数、社区调查、 校园规划设计	知识闭环

一、从生活中发现数学问题

数学教育的起点，首先在于激发学生的好奇心与探索欲，引导他们用数学的眼光去观察和思考周围的世界。生活本身就是一个巨大的数学宝库，蕴含着无穷无尽的数学问题，等待着孩子们去发现和探索。教师的责任在于开启这扇智慧之门，让学生看到数学与现实生活的紧密联系。

（一）引导学生观察身边的数学

数学知识广泛而深入地存在于学生的日常生活中，从购物结账、规划出行到家庭布置，无处不体现着数学的逻辑与影子。教师应当善于捕捉这些生活中的数学元素，引导学生进行有目的、有意识的观察。例如，在教授“对称”概念时，可以引导学生观察蝴蝶的翅膀、树叶的脉络、窗户的图案等，让他们在真实可感的物体中发现几何之美。在学习“统计”知识时，可以组织学生观察并记录校园里各种颜色花朵的数量，或者统计班级同学喜欢的运动项目，让他们在亲身参与中理解数据的收集、整理与呈现。

这种引导并非简单的知识告知，而是一种启发式的提问与积极暗示。教师可以精心设计一些观察任务，让学生带着问题去审视生活中的细节。例如，“我

们每天上学和放学，走的路线一样吗？哪条路更近一些？”“家里的地板砖是什么形状的？为什么使用这种形状可以铺满地面而没有缝隙？”通过这些带有思考性的问题，学生会开始留意并深思那些平时熟视无睹的现象背后所蕴含的数学原理。

将数学与实际生活场景联系起来，还能让学生真切体会到数学的实用价值。在学习“人民币的认识”时，可以模拟超市购物的场景，让学生轮流扮演顾客和收银员，在买卖商品的过程中学习元、角、分的换算和使用。这样的教学方式将原本抽象的数学概念转化为具体的实践经验，学生在“玩中学、做中学”，不仅轻松掌握了知识，更激发出学习数学的内在动力。

（二）鼓励学生提出数学问题

伟大的物理学家爱因斯坦曾说：“提出一个问题往往比解决一个问题更重要。”鼓励学生自主提出数学问题，是培养其创新意识和思维主动性的核心环节。当学生能够从生活中主动发现并提出问题时，说明他们已经开始自觉地运用数学思维去探索和解读世界。因此，教师需要为学生创造一个宽松、民主的课堂氛围，鼓励他们大胆质疑、勇于发问。

为了充分激发学生提问的积极性，教师可以创设丰富且贴近实际的问题情境。例如，在秋游活动结束后，可以引导学生思考并提问：“我们这次秋游一共花了多少钱？平均每人花费是多少？”“去植物园和去科技馆的路上，哪段路程花费的时间更长？”这些源于亲身经历的问题，能够极大地调动学生的参与感和探究欲。教师还可以利用精彩的故事、富有挑战性的游戏或者一个有趣的自然现象作为引子，激发学生的好奇心，引导他们从不同角度提出具有深度的问题。

对于学生提出的任何问题，无论其质量高低，或者是否与当前教学内容直接相关，教师都应该给予积极的肯定和鼓励。一个看似简单甚至有些幼稚的问题，背后可能隐藏着学生独特的思考和创新的火花。教师需要耐心倾听，并引导全班同学一起讨论、分析这些问题。对于有价值的问题，可以将其作为新的学习任务，引导学生深入探究；对于一些表述不够精确或逻辑存在错误的问题，教师则可以引导学生进行修正和完善，帮助他们学会更精确地用数学语言表达自己的想法。

（三）培养学生的问题意识

问题意识是一种重要的思维品质，是所有探索 and 创新的起点。培养学生的问题意识，就是要让他们养成勤于思考、善于发现问题的习惯，对周围事物保持高



度的敏感和好奇，不满足于被动地接受知识。这需要一个长期、系统化的过程，要求教师在教学的每一个环节中有机地进行渗透。

教师应主动转变传统的教学模式，将课堂学习的主动权真正还给学生。彻底改变“教师讲授、学生听记”的单一模式，设计更多的探索性、体验式活动，让学生在观察、实验、猜测、验证的过程中自己去发现规律、提出疑问。例如，在学习“三角形的稳定性”时，可以让学生用木条制作三角形和平行四边形模型，通过亲手拉一拉、比一比，切身感受为什么三角形具有稳定性，并由此提出“为什么建筑工地的脚手架都使用三角形结构”等深入的问题。

同时，教师要引导学生学会从多角度、多层次思考问题。面对一个生活情境，不仅要思考“是什么”的表象，还要深入追问“为什么会这样”和“应该怎么办”的深层逻辑。例如，在分析家庭用水量的账单时，不仅要看到用了多少水、花了多少钱，还可以引导学生思考：“我们家的用水量在邻里之间处于一个什么样的水平？”“哪些地方可以通过改进来节约用水？”“如果每月节约10%的水，一年能省下多少钱？”这种层层递进的提问方式，能够不断深化学生的思考，锻炼他们分析问题和解决问题的综合能力。

建立错题反思机制也是培养问题意识的有效途径。错误是宝贵的学习资源，它暴露了学生思维的误区和知识的盲点。教师应引导学生认真分析错题，不仅仅是简单地订正答案，更重要的是找到错误产生的根本原因，并由此提出新的问题：“我为什么会犯这类错误？”“这类题目还有没有其他的解法或变式？”通过对错误的深度反思和探究，学生可以加深对知识的理解，完善自己的认知结构，从而将问题意识的培养真正落到实处。

二、用数学方法解决生活问题

数学学习的最终目的在于应用，在于能够运用数学的思维模式、科学方法和所学知识去分析和解决现实世界中的各种问题。引导学生将生活问题转化为数学模型，并利用所学知识寻求最佳解决方案，是培养其应用意识和实践能力的重要体现，也是数学核心素养的直接输出。

（一）将生活问题转化为数学问题

生活中的问题往往是复杂的、非结构化的，它们常常夹杂着各种非数学的信息干扰。将生活问题转化为数学问题的过程，实质上是一个科学的“数学化”过程。

这个过程要求学生具备良好的信息筛选、抽象概括和模型构建能力，能够从纷繁复杂的情境中提炼出核心的数学关系。

这个转化的第一步是深入理解问题情境，识别出其中包含的关键数学信息和需要解决的核心矛盾。教师可以通过引导学生仔细阅读、认真分析生活案例来训练这种能力。例如，面对“学校要组织一次秋游，有甲、乙两种旅游大巴可供选择，甲车限乘 45 人，租金 500 元；乙车限乘 30 人，租金 380 元。全年级共有 275 名师生参加，请问如何租车才能最省钱？”这样的问题，教师应引导学生明确关键信息：总人数、两种车型的载客量和各自的租金，以及最终目标——“总费用最低”。

接下来是抽象和建模的环节。学生需要将生活语言转化为精确的数学语言，用符号、图表、关系式等来表达问题结构。在上述租车问题中，学生需要思考如何用数学表达式来表示不同的租车方案及其总费用。他们可能会设定变量，如用 x 表示甲种车的数量， y 表示乙种车的数量，然后根据总人数的限制条件建立不等关系，并构建表示总租金的目标函数。这个过程是数学思维的核心体现，它将一个具体的生活场景抽象成一个可以进行逻辑推演和精确计算的数学结构。

（二）运用所学知识寻求解决方案

将问题成功数学化之后，接下来的关键步骤就是运用已有的数学知识和技能来寻求合理的解决方案。这一过程不仅是对学生基础知识掌握情况的检验，更是对其思维灵活性和策略选择能力的考验。

面对一个转化后的数学问题，学生需要快速调动自己的知识储备，寻找最适合的解题工具。在租车问题中，学生可能会想到以下几种策略：

1. 尝试与枚举：学生可以有条理地列出所有可能的租车组合，例如全部租用甲种车、全部租用乙种车，或者各种混合租用方案，然后逐一计算每种方案的总费用，最后进行比较。这种方法直观易懂，尤其适合中低年级的学生，能够培养他们有序思考的习惯。

2. 优化思想：高年级的学生可能会运用更具策略性的思考。他们会计算两种车型的“人均成本”（甲车约为 11.1 元/人，乙车约为 12.7 元/人），初步判断出应优先选择人均成本更低的甲种车。然后，他们会以尽可能多地租用甲种车为基本策略，再处理剩余的零头人数，从而快速逼近最优解。

教师在这一环节的角色是引导者和启发者，而非直接给出答案的传授者。当



学生遇到困难时,教师可以给予适当的提示,比如“我们学过哪些数学方法可以用来处理这类优化问题?”“有没有更简洁的表示方法来减少计算量?”鼓励学生之间进行充分的讨论和交流,分享彼此的解题思路,有助于激发思维碰撞,产生更多有创意的解决方案。教师应鼓励算法的多样化,尊重学生的个性化思考,让学生在探索解法的过程中体验到数学的开放性和创造性。

(三) 评价解决方案的合理性

得出数学答案并不意味着问题解决过程的终结。一个完整的解决问题过程,还必须包含对结果的评价和深度反思。学生需要将计算得出的数学解回归到原始的生活情境中,检验其是否合理、是否可行,这是十分重要的一步。

这一步骤主要包含两个层面。首先是检验答案的实际意义和可行性。在租车问题中,计算出的车辆数目必须是正整数,总载客量必须大于或等于总人数 275 人。如果计算结果出现了小数或者不能满足基本要求,则说明解决方案存在逻辑问题,需要重新审视建模或计算过程。其次是评估方案的综合效益。租车方案除了需要考虑“最省钱”这一核心目标外,有时还需要兼顾其他现实因素。例如,某种方案虽然最便宜,但可能导致部分车辆空位过多,造成资源浪费;或者某种方案需要调度的车辆总数过多,在实际管理中反而不方便。教师可以引导学生思考这些潜在的问题,培养他们全面、辩证地看待问题的能力。

通过评价与反思,学生能够更深刻地理解数学模型与现实世界之间的关系。他们会认识到,数学模型是对现实的简化和抽象,而现实情况往往更为复杂多变。一个“最优”的数学解,在实际应用中可能需要根据具体情况进行微调。这种批判性思维的培养,对于学生未来应对真实世界中的复杂挑战至关重要。同时,引导学生回顾整个解题过程,总结成功经验和失败教训,有助于他们优化自身的思维过程,提升元认知能力。

三、在生活实践中巩固数学知识

学习是一个循环往复、螺旋上升的完整过程。将课堂上学到的数学知识再次应用于丰富多彩的生活实践中,是巩固知识、深化理解、提升素养的有效闭环。通过有组织的家庭、社区和校园数学实践活动,学生能够真切地感受到“人人身边有数学,时时处处用数学”的乐趣和价值。

（一）开展家庭数学活动

家庭是学生最熟悉、最放松的生活环境，也是开展数学实践活动最便捷的场所。教师可以设计一系列有趣、可操作的家庭数学任务，引导学生和家长共同参与，让数学学习自然而然地融入温馨的亲子互动之中。这些活动可以根据不同年级学生的认知水平和所学内容进行灵活设计，强调活动的趣味性和浓厚的生活气息。

例如，对于低年级学生，可以设计“家庭物品分类师”的活动，让他们按照形状（圆形、方形）、颜色、用途等不同标准对玩具、衣物进行分类和计数，巩固分类与统计的初步知识。或者开展“厨房里的数学”活动，让学生在帮助家长准备晚餐时，认识不同容量的量杯，学习估算食材的重量，切身感受克与千克的差别。

对于中高年级学生，任务可以更具综合性和挑战性。可以让他们承担“家庭账本管理员”的角色，记录一周的家庭开支，并制作成统计图表，分析各项支出的占比，进而提出节省开支的合理建议。还可以让他们成为“家庭小管家”，在装修房屋或添置家具时，帮助家长测量房间尺寸、计算所需地板或墙纸的面积，并将所学到的面积和周长知识应用到实际场景中。

这些家庭数学活动不仅能有效地巩固课堂知识，还能让学生体会到数学的实用价值，激发他们学习数学的责任感和成就感。同时，家长的积极参与也营造了良好的家庭学习氛围，让孩子在潜移默化中养成用数学眼光观察生活、用数学思维解决问题的优秀习惯。

（二）组织社区数学调查

社区是连接家庭与社会的桥梁，为学生提供了更为广阔的实践平台。组织社区数学调查，能够引导学生走出家门，用数学方法去研究和解决一些真实的社区问题，培养他们的社会责任感和团队协作能力。

调查的主题可以多种多样，关键在于要贴近学生的生活，并具有一定的探究价值。例如，可以组织学生调查社区垃圾分类的现状。学生需要分组设计调查问卷，访问社区居民，了解大家对垃圾分类的知晓度和执行情况；然后实地观察垃圾箱，统计不同类别垃圾的投放准确率。在整个过程中，学生需要运用问卷设计、数据收集、数据整理与分析等统计知识，并最终撰写调查报告，向社区管理部门提出改进建议。

另一个可行的主题是“社区交通安全调查”。学生可以在社区内的主要路口，



分时段统计过往的行人、非机动车和机动车的流量,记录闯红灯、不走斑马线等不安全行为的次数。通过对数据的细致分析,他们可以找出事故易发的时间和地点,绘制“社区安全地图”,并向居民发出安全倡议。这些活动将数学知识与社会公益紧密结合,让学生在实践中学习,在服务中成长。

组织社区数学调查需要周密的计划和充分的准备。教师要提前指导学生明确调查目的、制定详细的调查方案、学习科学的调查方法。在调查过程中,要强调安全第一,并鼓励学生在团队协作中分工合作、互相支持。调查结束后,组织成果汇报和交流,让学生分享自己的发现和体会,能够进一步提升活动的教育效果。

(三) 参与校园数学实践

校园是学生最熟悉不过的学习和生活场所,其中同样蕴含着丰富的数学实践资源。开展校园数学实践活动,具有组织便捷、安全可控的优势,是生活化数学教学的重要组成部分。这些活动可以将数学知识与校园文化建设、环境保护、校园管理等相结合,让学生为美化和改善自己的学习环境贡献智慧和力量。

例如,可以开展“美丽校园我设计”的活动。让学生以小组为单位,为校园的某个区域(如小花园、宣传栏)设计美化方案。他们需要实地测量场地的尺寸,按比例绘制设计图,计算所需材料(如花苗、油漆、木板)的数量和预算。在这个过程中,学生综合运用了测量、比例、几何图形、预算等多种数学知识,全面锻炼了动手能力和空间想象能力。

“校园节水节电”主题实践活动也极具教育意义。学生可以调查学校各个用水点、用电处(如洗手池、教室灯管)的使用情况,记录一天的耗水量和耗电量,并估算出整个学期的消耗。基于这些数据,他们可以分析浪费现象存在的原因,并设计节水节电的标语和倡议书,甚至提出更换节能设备的可行性报告。这不仅是对数学应用能力的锻炼,更是对学生环保意识和主人翁精神的有效培养。

校园里的体育活动也为数学实践提供了绝佳机会。在运动会上,学生可以担任“数据统计员”,记录各项比赛的成绩,计算平均分、最高分,分析破纪录情况。他们还可以研究“投篮命中率”与投篮角度、距离的关系,或者探索不同跑道长度对运动员成绩的影响。这些实践活动将数学与体育、艺术、德育等有机融合,促进了学生的全面发展,让他们在充满乐趣和挑战的真实任务中,深刻体会到数学的无穷魅力和巨大作用。

第三节 跨学科融合的应用

数学作为一种基础工具和思维方式，其价值不仅在于学科内部的严谨逻辑，更在于它能作为桥梁，连接并深化其他学科领域的认知与探索。将数学知识与方法融入不同学科的教学情境中，能够有效打破学科壁垒，使学生在更广阔的视野中理解数学的本质和应用价值，从而培育其综合性的核心素养。这些跨学科融合应用的核心要点，可见上表列出的详细内容。

一、数学与科学的融合应用

科学探索是对自然规律的量化与逻辑化过程，而数学恰恰为这一探索提供了最精准的语言和最强大的工具。从记录观察数据到构建理论模型，数学与科学的结合，让学生能够从纷繁复杂的自然现象中，发现其内在的秩序与规律，将感性观察提升为理性分析，从而培养严谨的科学精神与数据素养。

（一）科学实验中的数据分析

在小学科学教育中，实验是激发学生探究兴趣、培养科学精神的核心环节。当数学与科学实验相结合时，抽象的数学概念便获得了生动鲜活的实践载体。例如，在“植物生长日记”这一常见的科学探究活动中，学生们不仅仅是观察记录植物发芽、长叶、开花的过程，更需要运用数学工具进行系统的数据管理与分析。

他们需要每天使用刻度尺精确测量植物的高度，并将数据记录在自己设计的表格中。这一过程本身就是对测量技能和数据收集能力的锻炼。接着，学生可以利用收集到的数据计算植物每周的平均生长高度，或者绘制折线统计图，直观地展现植物在不同时间段的生长速率变化。通过图表，学生可以清晰地看到生长曲线的陡峭与平缓，进而思考其背后的原因，如光照、水分、温度等环境因素是如何影响植物生长的。

这种融合不仅让学生学会了如何用数据说话，更重要的是，它让学生将数学的统计与分析方法融入科学探究的思维习惯中。学生在亲手操作中体会到，数据并非孤立的数字，而是揭示现象背后规律的关键线索。这不仅加深了对平均数、统计图表等数学知识的理解，也极大地提升了他们分析问题和解决问题的综合能力，为更高阶的科学探究打下了坚实的基础。



（二）物理现象中的数学模型

许多看似复杂的物理现象，其背后都蕴含着简洁而深刻的数学关系。在小学阶段，通过创设生动有趣的情境，引导学生发现并构建初步的数学模型，是培养其抽象思维和模型思想的有效途径。这种融合让学生认识到，数学是描述和预测物理世界规律的通用语言，能够化繁为简，揭示事物的本质联系。

例如，在学习杠杆原理时，教师可以组织学生玩跷跷板的游戏。通过不断调整两个同学的座位与支点的距离，或者更换不同体重的同学，学生们会在实践中直观感受到“力”与“力臂”之间的制约关系。此时，教师可以引导他们用数学语言来描述这一发现：当跷跷板平衡时，一边同学的体重乘以他到支点的距离，约等于另一边同学的体重乘以他到支点的距离。这个简单的乘法关系式，就是杠杆平衡条件的一个初步数学模型。学生还可以利用这个模型去预测，如果想让一个较轻的同学撬动一个较重的同学，应该如何调整座位，从而将数学应用从解释现象提升到了解决问题。同样，在探索浮力、自由落体或简单的电路现象时，都可以找到类似的数学关系，让学生在动手操作和思考中，体验建立数学模型的乐趣与力量。

（三）生物统计中的数学方法

生物世界充满了多样性与随机性，而统计学正是处理这种不确定性、从样本中推断整体规律的有力工具。将生物统计的方法引入小学课堂，能够让学生在生动有趣的生命科学探索中，自然而然地接触和运用统计思想，理解数据的代表性与变异性，培养初步的数据分析能力。

例如，教师可以组织一次“校园生物多样性调查”活动。学生们以小组为单位，在校园的草地、花坛或树林里，调查并记录遇到的昆虫、植物的种类和数量。这个过程本身就是一次数据收集的实践。面对收集来的五花八门的数据，如何进行有效的整理和呈现就成了一个需要解决的问题。

学生们可以学习使用划记法来统计各个物种出现的频次，然后将统计结果制成条形统计图或象形统计图。通过图表，全班同学可以一目了然地看到哪种昆虫在校园里最常见，哪种植物分布最广。这样的活动让统计图表的学习不再是孤立的技能训练，而是解决真实问题的必要手段。

进一步地，教师还可以引导学生思考更深层次的问题，比如“我们小组的调查结果能代表整个校园的情况吗？”这就自然地引入了“样本”与“总体”的概念。

通过比较不同小组在不同区域的调查结果，学生们会发现数据存在差异，从而理解样本的随机性和代表性问题。这种融合不仅让学生在实践中掌握了数据整理与分析的方法，更重要的是，它在孩子们心中播下了统计思维的种子，让他们学会从数据的角度去认识和理解充满变异的生命世界。

二、数学与人文社科的融合应用

人文社科领域看似与数字、公式相去甚远，但其内在的逻辑、时序和结构关系，为数学思想的应用提供了丰富的土壤。通过将数学工具引入历史、地理、语言等学科，不仅能够帮助学生更清晰、更深刻地理解人文知识，还能让他们体会到数学作为一种思维框架的普适性，培养跨领域的分析与整合能力。

（一）历史时间轴的绘制

历史是对过往事件的记录与探究，其核心要素之一便是时间序列。然而，对于小学生来说，漫长而抽象的历史年份和朝代更迭是难以理解和记忆的。将数学中的数轴概念与历史学习相结合，通过绘制历史时间轴，可以将一维的时间线性化、可视化，极大地帮助学生构建清晰的时序感。

制作历史时间轴的过程，本身就是一次深度的数学实践活动。

1. 建立标度：学生需要首先确定时间轴的起点、终点和基本单位（如十年、一百年）。他们必须像在数学课上绘制数轴一样，将刻度均匀地分布在直线上，这锻炼了他们对大数、数序以及单位换算的理解和应用能力。

2. 定位事件：将重要的历史事件、朝代的起止年份或者历史人物的生卒年份，转化为时间轴上的一个个坐标点，并精确地标记出来。这个过程要求学生具备准确读数和在数轴上定位的能力，将抽象的年份与具体的位置对应起来。

3. 计算与比较：在时间轴上，学生可以直观地看到不同历史时期的时间跨度，并通过简单的减法运算，精确计算出某个朝代持续了多少年，或者两个事件之间相隔了多久。这种量化的比较，远比模糊的“很久以前”或“很长时间”更具冲击力，有助于学生形成对历史发展进程的宏观把握。

（二）地理图表的分析

地理学是一门研究空间分布与人地关系的学科，其信息的呈现和分析在很大程度上依赖于各种图表，而这些图表正是数学语言的直观体现。将数学知识应用于地理图表的分析，能有效提升学生的信息提取、数据解读和空间分析能力，让



他们学会用数学的眼光来阅读和理解世界。

地图是地理学最核心的工具之一。地图的比例尺教学就是小学数学中比例与比的知识最直接的应用场景。学生通过比例尺,可以将图上距离换算成实地距离,计算出从家到学校的实际路程,或者估算一个城市的大致面积。这不仅让比例的计算变得有意义,也培养了学生的空间感知和估算能力。

除了地图,地理学习中还充满了各种统计图表,如各地区年降水量统计图、人口年龄结构金字塔图、气温变化曲线图等。解读这些图表的过程,就是一次综合的数学实践。学生需要识别图表的类型(条形、折线、扇形),理解坐标轴代表的含义,读取关键数据,并进行比较和分析。例如,通过分析某地的气温曲线和降水柱状图,学生可以判断其气候类型;通过比较不同国家的人口金字塔图,可以分析其人口增长特点和面临的社会问题。这种融合使学生在解决地理问题的同时,熟练掌握了数据分析这一重要的数学技能。

(三) 语言文字中的数学规律

语言是人类思想的载体,而数学是探寻模式的科学。乍看之下,语言文字与数学分属感性与理性的两个世界,但深入探究会发现,语言的内在结构、发展演变甚至文字的构成中,都蕴含着丰富的数学规律与逻辑之美。引导学生发现这些规律,不仅能增添语言学习的趣味性,更能培养他们发现模式、抽象归纳的数学思维。

中国古典诗词,特别是格律诗,其本身就是数学约束下的艺术创作。例如,五言绝句和七言律诗对每句的字数有严格的规定,整首诗的总字数是固定的。诗句的对仗要求上下两句在词性、结构上形成对称,这与数学中的对称思想不谋而合。声调的平仄变化也呈现出富有节奏的规律性,可以看作是一种二进制的排列组合。带领学生分析这些格律,就像在进行一次有趣的数学解码,让他们在吟诵诗歌的同时,感受到文学创作中的结构美和秩序感。

汉字本身的构造也充满了数学元素。许多汉字是轴对称或中心对称图形,如“中”、“国”、“喜”、“田”等。在书法练习中,讲究的“间架结构”,实际上就是对笔画位置、比例、平衡的几何学考量。通过统计一篇短文中不同汉字或偏旁部首出现的频率,可以引入最朴素的统计学思想。学生可以通过制作字频统计表,发现哪些是高频字,哪些是低频字,这不仅有助于识字和阅读,也让他们在语言学习中,体验到数据分析的价值和乐趣。

第四节 应用能力的评价标准

小学数学核心素养的培育目标，始终指向学生的全面发展。其中，应用能力是连接数学知识与现实世界的关键桥梁，更是衡量学生是否真正“会用数学”的核心指标。对应用能力进行科学、系统、多维度的评价，不仅是准确诊断学生学习状况的关键，更是为教学改进指明方向，最终推动学生数学综合素养螺旋式上升的有效途径。

一、应用能力评价的维度

对小学数学应用能力的评价，需要超越单一的解题正误判断，深入到学生解决问题的完整思维过程中。因此，评价必须是多维度的综合考量，系统地捕捉学生在面对真实问题时，从理解、分析、构建到反思的完整思维过程，从而确保评价既全面又深刻。

（一）问题情境的理解能力

问题情境的理解能力是应用能力得以发挥的基础。它要求学生能够深入解读真实或模拟情境中所蕴含的数学信息，并准确把握问题的核心需求。这项能力的评价侧重于考察学生是否能从繁杂、非结构化的生活语言或现象描述中，识别出关键的数量关系、空间形式和数据特征。这不仅是对学生阅读理解能力的检验，更是对其数学眼光和初步抽象能力的评估。

一个具备良好情境理解能力的学生，能够将一个生活化的叙述转化为一个清晰的数学问题。例如，在“全家出游计划”这类综合性问题中，学生需要能够从交通方式、门票价格、餐饮预算、时间安排等多种信息中，筛选出与数学计算相关的变量和约束条件。评价的重点在于观察学生能否自主提炼有效信息，过滤无关干扰，并用自己的语言或简单的图示来重述问题，这反映了他们将现实问题向数学问题转化的初始能力。

评价此项能力时，教师可以设计一些信息冗余或信息不足的问题情境，观察学生如何处理信息、提出疑问或补充条件。学生的提问、讨论和初步分析过程，都是其理解能力的直接体现。通过观察记录学生在问题解读阶段的表现，能够有效评估他们是否真正读懂了问题，而非仅仅依赖关键词进行机械的套路匹配。



（二）数学模型的建立能力

数学模型的建立能力，是将经过提炼和简化的现实问题，用数学的语言、符号、图表或关系式进行表达和抽象的过程，是应用能力的核心环节。这一维度旨在评价学生能否针对具体情境，选择或构建恰当的数学模型来描述其内在结构与规律。在小学阶段，数学模型通常表现为算式、方程、比例关系、几何图形、统计图表等形式。

此项能力的评价，关键在于考察学生思维的创造性与逻辑性。当面对一个实际问题时，学生是否能够联想到相关的数学知识，并尝试用不同的数学工具去表达问题中的数量关系或空间形式。例如，在解决“如何合理分配零花钱”的问题时，学生可能会运用分数的知识来表示各项支出的比例，也可能利用统计图表来直观呈现消费结构，这些都是建立数学模型的具体表现。建立模型的优劣，往往体现在其是否能准确、简洁地反映问题的本质。

教师在评价过程中，应鼓励学生尝试多种建模方式，并阐述自己选择某个模型的原因。评价的焦点不应局限于模型是否是“唯一正确”的，而应更多地关注模型的合理性、解释力以及学生在建模过程中的思考深度。通过比较不同学生构建的模型，可以清晰地看到他们对数学知识理解和运用的差异，从而判断其抽象概括与转化能力的发展水平。

（三）数学方法的运用能力

数学方法的运用能力，指的是学生在建立数学模型之后，能够选择并执行恰当的数学方法和计算技能，对模型进行求解，从而得出问题答案的能力。这一维度不仅评价学生基础知识和基本技能的掌握情况，更考察其在具体情境中灵活选择和运用策略的能力。

对这项能力的评价应包含以下几个层面：

1. 方法的选择：学生能否根据问题的特点和已有模型，从多种可能的解法中选择出相对有效、简洁的数学方法。例如，在处理数据时，是采用估算还是精确计算，是口算、笔算还是借助工具，体现了学生对运算策略的理解和判断。

2. 过程的执行：学生在运用选定的方法进行计算、推理或作图时，步骤是否清晰、过程是否规范、操作是否准确。这直接反映了其运算能力、逻辑推理能力和动手操作能力的扎实程度。

3. 策略的调整：当一种方法遇到困难或计算过程繁琐时，学生是否能够适

时调整策略, 尝试其他途径。这种灵活性是解决复杂问题不可或缺的能力, 也是思维敏捷性的体现。

评价时, 教师不应只看最终的计算结果, 更要关注学生完整的解题过程和策略选择的合理性。通过观察学生的草稿、听取他们的口头解释, 可以深入了解其思维路径和在运用数学方法时遇到的具体困难。这种过程性评价能够为针对性的教学辅导提供第一手资料。

(四) 结果解释与反思能力

结果解释与反思能力是应用能力的升华, 体现了学生对整个解题过程的元认知水平。它要求学生不仅能得出数学答案, 更能将这个答案回归到最初的现实情境中, 检验其合理性, 并能对所使用的模型和方法进行批判性思考和评价。

评价此项能力, 主要看学生能否将计算出的数值、得出的结论用生活化的语言进行清晰地解释, 说明其在现实情境中的具体意义。例如, 计算出“需要 8.5 辆车”后, 学生能否意识到在实际租车情境中必须采用进一法取整为 9 辆。这种结合实际的判断, 是数学应用价值的最终体现。同时, 反思能力还包括对解题过程的回顾, 思考是否有更优的解法, 分析错误产生的原因, 以及将问题进行拓展或引申。

教师可以通过设计追问来激发学生的解释与反思, 例如: “这个答案在生活中意味着什么?” “你觉得自己的方法好在哪里? 有没有可以改进的地方?” “如果问题中的某个条件改变了, 结果会怎样?”。学生的回答能够展现他们思维的深刻性、批判性和开放性。一个具备良好反思能力的学生, 其数学学习是螺旋式上升的, 能够在不断的反思中总结经验, 提升解决问题的综合能力。

二、应用能力评价的方法

为了全面、真实地评估小学生的数学应用能力, 评价方法必须突破传统纸笔测验的局限, 走向多元化、情境化和过程化。评价应融入教学活动之中, 强调在真实任务中观察学生的实际表现, 从而获得更为丰富和立体的评价信息。

(一) 基于项目的评价

基于项目的评价是一种综合性的评价方式, 它要求学生在一段时间内, 围绕一个具有挑战性的真实主题或问题展开探究。这种评价方法能够完整地展现学生从问题理解、信息搜集、方案设计、合作实施到成果展示的全过程能力。例如,



可以设计“校园绿植调查”“班级读书角优化方案”“营养午餐我设计”等项目。在这些项目中,学生需要综合运用测量、统计、预算、空间规划等多种数学知识。

在项目评价中,教师的角色是引导者和观察者。评价的重点不仅是最终的项目报告或作品,更在于学生在项目进程中的每一次讨论、每一次数据收集、每一次方案修正。教师可以通过观察记录、小组访谈、查阅学生的过程性材料(如草稿、日志)等方式来收集评价证据。这种评价方式能够全面考察学生的问题解决能力、团队协作能力、信息素养和创新意识,尤其能有效评估那些难以通过标准化测试衡量的应用能力维度。

基于项目的评价结果通常以描述性评语和等级评定相结合的方式呈现,详细说明学生在项目各个阶段的优势和不足,为学生提供具体、可行的发展建议。这种评价方式强调成长与发展,能够极大地激发学生的学习兴趣 and 内在动机,使其在解决真实问题的过程中体验到数学的价值和力量。

(二) 基于表现的评价

基于表现的评价强调在特定情境下,通过观察学生的行为表现、口头报告或实际操作来评定其能力水平。它不同于选择、填空等间接性考察,而是要求学生直接“做”出数学,是一种“做中学、做中评”的方式。这种方法非常适合评价数学方法的运用能力和结果解释能力。

例如,教师可以创设一个购物情境,让学生扮演顾客,根据预算和购物清单进行模拟购物。在这个过程中,学生需要进行估算、精确计算、比较价格、做出决策。教师可以直接观察到学生的运算流畅度、策略选择的灵活性以及同伴交流合作的情况。又如,在学习了几何图形后,可以要求学生用七巧板或积木搭建一个指定的物体,并口头解释自己的搭建思路和遇到的问题。学生的语言表达、空间想象和问题解决策略便在这一过程中直观地展现出来。

实施表现性评价的关键在于设计出能够引发特定能力的、具有真实性的任务,并制定清晰、具体的评分规则。评分规则应详细描述不同水平等级的表现特征,使评价过程更加客观、可靠。这种评价方式将评价与教学活动紧密结合,使评价本身成为一种促进学习的手段,帮助学生及时了解自己的表现并进行调整。

(三) 基于作品的评价

基于作品的评价,也称为档案袋评价或作品集评价,是一种通过系统性地收集学生在一段时间内的代表性作品,来评估其学习过程、进步幅度和最终成就的

评价方法。这些作品可以形式多样，包括优秀的数学作业、解题思路独特的练习、数学日记、小论文、调查报告、手抄报、制作的数学模型等。

这种评价方法的核心在于它记录了学生成长的轨迹。学生在教师的指导下，有目的地选择能够反映自己努力、进步和成就的作品放入作品集中，并附上自我反思或说明。这不仅为评价提供了丰富的第一手资料，更重要的是，它引导学生学会了自我监控和自我评价，培养了反思习惯和学习主体性。家长和教师也可以通过作品集，更全面地了解学生的学习特点和发展变化。

作品集的评价标准应是多元的，既要看作品的最终质量，也要关注其中体现的思考过程、创造性以及学生付出的努力。评价主体可以是教师、学生自己，也可以是同学或家长，通过多角度的评价，形成对学生应用能力的全面认识。这种动态的、发展的评价观，能够更好地激励学生持续学习，关注过程，体验成功，从而促进其数学应用能力的稳步提升。

三、应用能力评价的等级描述

为了使评价结果更具明确性和可比性，需要建立一套清晰的应用能力水平等级描述体系。该体系将学生的综合表现划分为不同层级，并对每个层级的典型特征进行具体阐释，为教师评定学生能力、学生自我认知以及教学调整提供科学依据。

小学数学应用能力评价等级特征表

评价等级	问题情境理解	数学模型建立	方法运用与求解	结果解释与反思
优秀	深刻理解复杂情境，有效处理干扰信息	创造性运用多模型，阐述理由	熟练运用多种方法，主动寻求最优解	出色反思批判，能拓展与推广
良好	正确理解大部分情境，提取关键信息	建立恰当模型	较熟练运用所学方法，步骤清晰准确	能对结果合理性进行初步判断
合格	需结构化情境，明确指导下识别信息	在范例指导下建立简单模型	运用基础计算技能，依赖模仿	解释和检验意识较弱，需具体指导修正
待提高	难以独立理解，抓不住关键信息	建模困惑，套用公式错误	过程逻辑混乱，计算错误频发	缺乏检验和反思意识，需大量辅导

（一）优秀水平

处于优秀水平的学生，展现出卓越的数学应用能力和高度的思维灵活性。他们能够迅速而深刻地理解复杂的生活情境，准确识别并提炼出核心数学问题，即



使在信息不完整或存在干扰的情况下也能有效处理。正如上表所示,在建模方面,他们能够创造性地运用多种数学模型来表达问题,并能清晰地阐述选择不同模型的理由,表现出深刻的抽象思维和模型意识。

在解决问题时,他们不仅能熟练运用多种数学方法,还能主动寻求最优解法,过程严谨且高效。更重要的是,他们具备出色的反思与批判性思维能力。他们能够将结果与现实情境紧密结合,对其合理性进行深入分析和检验,并能主动对解题过程和方法进行批判性评价,提出改进建议,甚至能够将问题进行拓展和推广,展现出强大的创新潜能和探究精神。

（二）良好水平

达到良好水平的学生,具备扎实的数学应用能力。他们能够正确理解大部分问题情境,从中提取关键的数学信息,并建立起恰当的数学模型。在解决问题时,能够比较熟练地运用课堂所学的数学方法和技能,解题步骤清晰,计算相对准确。

在解释与反思方面,他们能够将得出的答案与实际问题联系起来,并对结果的合理性做出初步判断。在教师的引导下,他们可以对自己的解题过程进行回顾,找出明显的错误并加以改正。虽然他们可能无法像优秀水平的学生那样主动寻求最优策略或进行深刻的批判性反思,但已经具备了基本的应用与迁移能力,能够在熟悉的或结构相似的问题情境中较好地运用数学知识。

（三）合格水平

处于合格水平的学生,初步具备了运用数学知识解决简单实际问题的能力。他们能够在结构化、信息明确的问题情境中,识别出与问题直接相关的数学信息,并在教师的明确指导或有范例可循的情况下,建立简单的数学模型,如列出正确的算式。他们能够运用基础的计算技能解决问题,但在方法的选择上可能较为单一,主要依赖模仿和记忆。

对于解题结果,他们通常能够给出直接的答案,但将其回归生活情境进行解释和检验合理性的意识较弱。他们对解题过程的反思能力有限,需要教师非常具体地指出其错误和问题所在,才能进行修正。这一水平的学生基本达到了课程标准对应用能力的底线要求,但需要进一步加强思维的灵活性和深刻性。

（四）待提高水平

处于待提高水平的学生,在将数学知识应用于实际情境方面存在明显困难。他们难以独立理解问题情境,抓不住关键信息,常常被无关细节干扰,无法将现

实问题转化为数学问题。正如上表所列，在建立模型和选择方法时，他们表现出较大的困惑，常常出现套用公式错误或不知如何下手的情况。

他们的解题过程可能逻辑混乱，计算错误频发。在得出答案后，他们很少会去思考答案的实际意义和合理性，缺乏检验和反思的意识。这一水平的学生需要教师给予大量的个别化辅导，从最基础的问题理解、信息提取开始，通过搭建阶梯、分解任务等方式，帮助他们逐步建立运用数学解决问题的信心和基本能力。

第十章 创新意识的激发策略

创新是引领发展的第一动力，更是小学数学学科内在的灵魂与活力所在。在当下的教育环境中，单纯的知识灌输和技能训练已远不能适应时代的要求。因此，激发并培育学生的创新意识，使其具备发现问题、提出问题、并创造性解决问题的核心能力，成为我们培育下一代核心素养的关键环节。本章将聚焦于创新意识的激发，深入剖析其心理机制，并提出切实可行的培育策略，为一线数学教师提供兼具理论深度与实践价值的行动指南，旨在将创新的种子播撒在每一个孩子的心田。

第一节 创新意识的心理机制

深刻理解创新意识的内在心理结构与活动规律，是科学、有效地开展创新教育的逻辑起点。若不能洞察其本质、影响因素及所需环境，相关的教育实践便会流于形式，难以触及根本。本节将从心理学的视角，深入剖析创新意识的内涵特征、影响其发展的关键心理因素，并探讨如何构建一个能够滋养创新萌芽的心理环境，为后续的教学策略提供坚实的理论支撑。

一、创新意识的内涵与特征

要在小学数学教学中精准有效地培育学生的创新意识，我们必须对其概念的内涵有清晰的界定，并准确把握其在小学生群体中的表现特征。这不仅是理论基础，更是确保教学实践不偏离方向、做到有的放矢的根本前提。只有深刻理解了“是什么”，我们才能更好地探讨“如何做”，从而使创新教育真正落地生根。

（一）创新意识的定义

创新意识在小学数学教育的语境下，并非指代某种高深莫测的科学发明能力，而是指学生在面对数学问题或情境时，所表现出的一种积极主动的心理倾向和思维习惯。它具体表现为不满足于现成的知识和方法，不墨守成规，而是充满了探



索新知识、发现新规律、寻求新解法、拓展新应用的内在渴望与驱动力。这种意识是个体能动性的体现，是驱动个体进行创造性活动的起点和原动力。

它是一种综合性的心理品质，融合了认知、情感与意志等多个层面。认知上，它要求个体具备敏锐的观察力，能够从看似平常的数学现象中发现异常和矛盾；情感上，它表现为对数学世界强烈的好奇心和浓厚的探究兴趣，并能从探索中获得愉悦感和成就感；意志上，则体现为面对困难和挑战时的坚持不懈和敢于质疑的勇气。因此，在小学数学教学中，培养创新意识，其实质是塑造学生一种积极、开放、探究式的数学学习人格，使其乐于创新、善于创新，为终身的创造性发展奠定坚实基础。

（二）创新意识的核心要素

创新意识作为一个复杂的心理结构，由多个相互关联、相互作用的核心要素构成。在小学数学学习中，这些要素共同支撑起学生创新活动的开展。准确识别并有针对性地培养这些核心要素，是提升创新意识培育效率的关键所在。其中，好奇心、求异思维和批判精神被公认为最为关键的三个支柱。

1. 好奇心。好奇心是创新意识的源泉和起点，是驱动学生主动探究的原始动力。在数学学习中，好奇心表现为对数字、图形、规律背后奥秘的追问，例如“为什么三角形是稳定的？”“除了用尺子，还有什么方法可以比较两条线段的长短？”“数可以一直数下去吗，最大的数是什么？”。保护并激发学生这份与生俱来的好奇心，是点燃其创新火花的“第一粒火种”。教师应珍视学生的每一个问题，哪怕它听起来多么稚嫩，并引导他们将这份好奇转化为持续探究的行动。

2. 求异思维。求异思维（或称发散性思维），是指从一个问题出发，沿着不同方向去思考，寻求多种可能答案的思维方式。它是创新意识在思维操作层面的直接体现。在数学解题中，求异思维表现为“一题多解”，在概念学习中表现为“一概念多联想”，在实际应用中表现为“一问题多策略”。例如，在计算“ 25×4 ”时，除了常规的竖式计算，学生能否想到它与“100”的联系，能否联想到“4个25”的几何模型。培养求异思维，就是要打破学生头脑中唯一的、标准的答案定势，鼓励他们从不同角度、不同路径去思考和解决问题。

3. 批判精神。批判精神是指不迷信权威、不盲从既定结论，敢于对现有知识、方法和观念进行审视、质疑和评价的思维品质。它是创新意识深刻性的保证。在数学学习中，批判精神并非简单地否定或挑错，而是基于独立思考的理性判断。

例如,学生在学习了长方形面积公式后,能够追问“这个公式适用于所有四边形吗?”,或者在小组讨论中,能够有理有据地指出其他同学解法的不足之处。培养学生的批判精神,需要教师放下知识权威的身段,鼓励学生敢于向书本、向老师、向所谓的“标准答案”发起挑战,在思辨与论证中深化对数学本质的理解。

(三) 小学生创新意识的萌芽特点

小学生的创新意识尚处于萌芽阶段,与成人成熟的、系统的创新活动有着显著的区别。他们的创新意识更多地表现为一种自发的、零散的、与具体活动紧密结合的心理倾向。深刻理解这些萌芽特点,有助于教师采取更符合其年龄特征和认知规律的培育方式。

小学生的创新意识具有强烈的情境性和直觉性。他们的创新火花往往不是在抽象的理论思辨中产生的,而是在具体的、生动的、充满趣味的数学活动或游戏情境中被瞬间点燃。在用七巧板拼图时,一个孩子可能会突然发现一种前所未有的组合方式来拼出一个新的形象,这个过程充满了直觉和偶然。他们的思考过程往往是跳跃的,缺乏严谨的逻辑链条,但这种直觉思维恰恰是创造力的宝贵源泉。它体现了儿童思维的灵活性和不受约束的特点,是创新意识最原始、最本真的形态。

同时,小学生的创新意识表现出鲜明的个体性和自我参照性。他们的“新”主要是相对于自身的知识经验而言的,而非追求客观世界里的首创。当一个学生独立发现“加法交换律”(尽管这是人类早已发现的规律)时,对他个人而言,这就是一次伟大的创新活动。他从中体验到的喜悦和成就感,与科学家做出重大发现时的感受并无本质区别。因此,教师在评价学生的创新行为时,不应以成人的、专业的标准去苛求,而应更多地关注学生在原有基础上的进步与突破,珍视他们每一次“重新发现”的价值,保护这种以自我为参照的创新自信。

二、影响创新意识发展的心理因素

学生的创新意识并非一种孤立存在的品质,它的形成与发展受到个体内部一系列复杂心理因素的深刻影响。这些因素如同土壤、水分和阳光,共同决定了创新意识这颗种子能否顺利发芽、茁壮成长。从内部着手,优化这些心理因素,是激发创新潜能、实现长远发展的根本途径。

（一）创造性思维的品质

创造性思维是创新意识的核心认知成分，其品质的优劣直接决定了个体创新能力的水平。它并非一种单一的思维能力，而是由多个维度的品质构成的综合体。在小学数学教学中，着重培养创造性思维的流畅性、灵活性和独创性，对于激发创新意识至关重要。

思维的流畅性，指的是在单位时间内产生观念数量的多少。在数学学习中，流畅性强的学生面对一个问题，能迅速想到多种相关的知识点、解题思路或提问方向。例如，在学习“圆的认识”时，能快速联想到生活中的车轮、硬币、钟面等大量圆形物体，并提出关于半径、直径、周长等多个探究点。思维的灵活性，则是指触类旁通、随机应变、多角度思考问题的能力，它强调思维转换的自如程度。例如，在解决“鸡兔同笼”问题时，能灵活地在假设法、列表法、方程法甚至画图法之间切换，选择最优解法。这种灵活性有助于克服思维定势，是产生新思路的关键。

思维的独创性，是指产生新颖、独特观念的能力，是创造性思维的最高层次，也是创新意识最闪亮的标志。它要求学生能够超越常规，提出与众不同的见解或方法。在学习对称图形时，大多数学生可能只会画出左右对称的图形，而具有独创性的学生可能会主动探索并设计出中心对称或者旋转对称的图案。独创性在小学阶段可能更多地表现为一种独特的视角或一个别出心裁的解题步骤，教师需要具备发现的慧眼，及时捕捉并给予高度肯定，呵护这种可贵的品质，使其不因追求“标准”而被扼杀。创造性思维的这三个核心品质，及其在小学数学教学中的具体体现，可参见下方的创造性思维的核心品质与课堂表现表：

创造性思维的核心品质与课堂表现表

品质	内涵	小学数学课堂表现
流畅性	产生大量观念的速度与数量	对一个问题能迅速提出多种解题思路或相关联想。
灵活性	思维转换的自如程度，打破定势	能在假设法、画图法、方程法等多种解法间自由切换。
独创性	观念的新颖性与独特性	提出与众不同的见解或发现，设计出独特的图形或解法。

（二）创造性人格的特质

除了思维层面的因素，创新意识的持续发展更深植于稳定的人格特质之中。如果说创造性思维是创新的“利器”，那么创造性人格就是挥舞这把利器的“臂

膀”，为创新活动提供持久的动力和支撑。在小学数学教育中，塑造学生敢于探索、乐于挑战的创造性人格，其意义甚至比单纯训练思维技巧更为深远。

具备创造性人格特质的学生，通常表现出较强的独立性。他们不依赖教师或家长的指令，能够自主地确定学习目标，独立地思考问题，并对自己的学习过程和结果负责。在数学学习中，他们更倾向于自己去钻研一道难题，而不是立刻寻求帮助。与独立性相伴的是坚韧的毅力。创新之路往往布满荆棘，一个新想法的诞生和验证需要经历反复的尝试和失败。有毅力的学生在面对计算的繁琐、思路的阻塞时，不会轻易放弃，而是表现出攻坚克难的决心和耐力，这种“钻研劲”正是孕育重大突破的土壤。

对模糊情境的忍耐力和对未知领域开放接纳的态度也是创造性人格的重要组成部分。数学世界充满了精确与严谨，但也同样存在许多开放性的、答案不唯一甚至暂时无解的问题。习惯于“标准答案”的学生在面对这类问题时可能会感到焦虑和无所适从，而具有创造性人格的学生则能享受这种不确定性带来的挑战，乐于在模糊和复杂中探索秩序，对新异的观点和方法抱持开放和欢迎的态度。这些特质共同构成了一个人勇于并乐于创新的心理底色，是数学核心素养中不可或缺的情感态度与价值观。

（三）积极的情绪体验

情绪与情感是人类心理活动的“催化剂”与“调节器”，对创新意识的激发与维持起着至关重要的作用。在数学学习这样一个高度依赖智力活动的领域，积极的情绪体验如同润滑油，能让思维的齿轮更顺畅地运转；而消极的情绪则如同铁锈，会阻碍甚至卡死思维的进程，抑制创新潜能的发挥。

当学生在数学学习中体验到愉悦、好奇、惊喜和成就感时，他们的大脑会处于一种更开放、更活跃的状态。这种积极的情绪状态能够拓宽个体的注意范围，增强认知灵活性，从而更容易发现事物之间的新联系，产生新颖的想法。一个通过自己动手操作，成功发现了长方体体积计算方法的学生，他所体验到的“啊哈！”时刻，那种豁然开朗的喜悦，会极大地强化他进一步探索数学奥秘的动机。这种由内在成功驱动积极情感，是任何外部奖励都无法替代的，它是滋养创新意识最肥沃的土壤。

反之，焦虑、恐惧、枯燥、挫败等消极情绪则是创新意识的“天敌”。如果学生在数学课上总是担心答错问题被批评，害怕解不出难题被嘲笑，或者觉得数



学内容枯燥乏味、毫无用处，他的思维就会趋向于保守和封闭，只敢于使用最稳妥、最常规的方法，不敢越雷池一步。长此以往，探索的欲望会被消磨殆尽，创新意识的火花也会随之熄灭。因此，创造一种让学生在情感上感到安全、在过程中体验到乐趣、在结果上能获得成就感的数学学习经历，是保护和激发创新意识不可或缺的一环。

三、营造支持创新的心理环境

个体的创新潜能如同深埋地下的种子，其能否生根发芽、开花结果，极大程度上取决于外部环境的质量。在学校教育中，课堂是学生学习的主阵地，教师则是这片“土壤”的主要耕耘者。因此，通过教师的努力，有意识地构建一个能够支持和鼓励创新的心理环境，是变创新“意识”为创新“行动”的关键保障。

（一）建立民主平等的师生关系

师生关系是课堂心理环境的核心。一种民主、平等、互相尊重的师生关系，能够为学生的自由思想和大胆探索提供最基本的心理安全保障。在这种关系中，教师不再是高高在上的知识权威和唯一的评判者，而是学生学习的引导者、合作者和首席探究员。学生则被视为一个具有独立思想和独特视角的学习主体，其观点和想法，无论对错，都受到尊重和珍视。

建立这样的关系，要求教师在言行上真正做到“蹲下来看孩子”。当学生提出一个看似“离经叛道”的数学想法时，教师的第一反应不应是立刻评判或纠正，而是充满兴趣地追问：“哦？这个想法很特别，能和大家分享一下你是怎么想到的吗？”这种接纳和尊重的态度，传递给学生一个明确的信号：你的思考是有价值的，你的探索是被鼓励的。在这样的关系氛围中，学生敢于真实地暴露自己的思考过程，敢于将不成熟甚至错误的想法公之于众，因为他们知道，这里没有嘲笑，只有共同的探究。这种师生之间的信任，是学生敢于迈出创新第一步的勇气来源。

（二）营造宽松和谐的课堂氛围

课堂氛围是师生关系的外在表现和延伸，是弥漫在整个教学空间中的“心理空气”。一个宽松、和谐、充满心理安全感的课堂氛围，能够有效降低学生的学习焦虑，使其卸下思想包袱，将更多的认知资源投入到深度的思考和创造性的活动中去。这样的氛围允许学生犯错，甚至在某种程度上鼓励试错，因为错误被看作是通往正确理解的必经之路，是极具价值的学习资源。

营造宽松和谐的氛围,需要教师在教学设计和组织中有意识地融入“留白”和“等待”的艺术。在抛出一个富有挑战性的问题后,给予学生充足的独立思考时间,而不是急于寻找那个“会”的学生来给出答案。在小组合作探究中,允许甚至鼓励不同意见的争鸣和辩论,让思想在碰撞中产生火花。教师的语言也应充满温度和弹性,多使用“你觉得呢?”“还有其他可能吗?”“让我们一起来试试”等鼓励性、探询性的话语,少使用“必须这样”“错了”“不对”等终结性的评判。课堂上不时传出的会心笑声、激烈争论声和恍然大悟的惊叹声,共同谱写了一曲和谐的创新交响乐。这样的氛围让每个学生都感到自己是学习的主人,从而乐于分享,敢于创造。

(三) 鼓励大胆尝试与合理冒险

创新本质上是一种探索未知的冒险活动,它必然伴随着不确定性和失败的风险。如果一个环境只奖励成功,惩罚失败,那么学生最理性的选择就是固守在已知的、安全的地带,创新便无从谈起。因此,在小学数学课堂中,教师必须明确地、持续地鼓励学生进行大胆的尝试,并引导他们进行合理的“认知冒险”。

鼓励大胆尝试,意味着教师要对学生在解决问题过程中的新奇思路、独特方法给予特别的关注和赞赏,哪怕这种方法最终没有成功或者比常规方法更为繁琐。教师可以通过评价机制的改革来强化这种导向,在评价一个学生的解题过程时,不仅要看结果是否正确,更要看其思路是否有新意,过程是否有探索性。教师可以设立“最佳创意奖”“奇思妙想奖”等,让学生真切地感受到,创新思维本身就是一种值得肯定的品质,从而激励他们敢于跳出思维的“舒适区”。

同时,冒险需要是“合理”的,教师的责任在于为学生搭建起可以进行安全冒险的“脚手架”。这可以通过设计高质量的开放性问题来实现。这类问题通常具有多个入口、多种解法和多种可能的结果,它为学生提供了广阔的探索空间,降低了“全盘皆输”的风险。例如,“请用100元钱设计一份营养午餐菜单”,或者“用24个小正方体,你能搭出多少种不同的长方体?”。在这类任务中,学生可以自由地尝试、调整、优化自己的方案,每一次尝试都是一次安全的冒险,每一次失败都只是通往更优解的一个步骤。通过这样的训练,学生逐渐学会评估风险,学会在探索中应对挫折,其创新意志和能力在一次次合理的冒险中得到螺旋式上升。

第二节 数学思维的创新训练

数学教育的核心不仅在于传授知识，更在于启发思维。创新是数学发展的灵魂，也是推动社会进步的动力。小学数学阶段是学生思维发展的关键期，通过系统、科学的训练，可以有效激发学生的创新意识，培育其独特的数学思维品质，为其未来的学习与发展打下坚实的思维基石。本节将深入探讨数学思维中发散思维、直觉思维与批判性思维的训练策略，其主要特征和目标可见下表所列。

数学创新思维训练类型与特征对照表

思维类型	核心特征	训练策略	教学目标
发散思维	开放性、流畅性、多向性	一题多解、一题多变、一题多问	提升思维广度，打破思维定势
直觉思维	快速性、跳跃性、或然性	大胆猜想、整体把握、培养数形感	培养敏锐洞察力，预见解题方向
批判性思维	逻辑性、质疑性、反思性	鼓励质疑、引导辨析、培养独立思考	形成严谨科学态度，理性判断

一、发散思维的训练

发散思维是创新思维的重要组成部分，它指向思维的开放性、流畅性与多向性。在小学数学教学中，系统地训练学生的发散思维，能够帮助他们打破思维定势，从多个角度、多个层次思考问题，形成灵活多变的解题策略，从而提升思维的广度与深度。

（一）一题多解

“一题多解”是培养学生发散思维最常用也最有效的途径之一。它要求学生在面对同一个数学问题时，能够不受单一思路的束缚，积极探索并运用不同的数学概念、方法或技巧，寻找到多种行之有效的解题路径。这种训练不仅能够巩固学生所学的知识，将不同章节、不同领域的知识点融会贯通，形成一个相互关联的知识网络，还能极大地激发学生的求异思维和探索精神。

在具体的教学实践中，教师应当扮演引导者和启发者的角色。当学生获得一种解法后，教师不应立即给予评价或终止思考，而是要鼓励他们继续探索：“还有其他方法吗？可以从不同的角度试试吗？”例如，在计算“ 25×12 ”时，学生可能首先想到列竖式计算。此时，教师可以引导他们思考乘法的意义和运算定律。

学生可能会想到将 12 拆分为 $10+2$ ，利用乘法分配律得到 $25 \times 10 + 25 \times 2 = 250 + 50 = 300$ ；或者将 12 拆分为 3×4 ，利用乘法结合律得到 $25 \times 4 \times 3 = 100 \times 3 = 300$ ；甚至可以将 25 看作 $100 \div 4$ ，原式变为 $100 \div 4 \times 12 = 100 \times 3 = 300$ 。

通过这样的训练，学生能够在不断尝试和比较中，体会到不同解法的优劣，感受数学方法的灵活性与多样性。更重要的是，他们在这一过程中体验到了“山重水复疑无路，柳暗花明又一村”的探索乐趣，学会了从不同方向逼近问题核心的思维方式，其思维的流畅性和变通性得到了显著提升。这种开放式的解题氛围，也让学生明白，解决问题的道路不止一条，从而在未来的学习和生活中，更敢于尝试、勇于创新。

（二）一题多变

“一题多变”是“一题多解”的延伸与升华，是更高层次的发散思维训练。它指的是以一道典型的数学题为“母题”，通过改变其已知条件、求解目标、数据特征或问题情境，衍生出一系列新的问题，形成一个相互关联的“问题簇”。这种训练旨在引导学生深入探究问题的本质属性和内在联系，把握数学知识的精髓，实现从“解一道题”到“通一类题”的飞跃。

进行“一题多变”的训练，可以有效帮助学生建立模型思想，提升其知识迁移和应用的能力。当学生完全理解了“母题”后，教师可以引导他们进行变式练习。例如，以经典的“鸡兔同笼”问题为基础，可以进行如下变化：改变总头数和总脚数；将“鸡”和“兔”换成“大船”和“小船”或者“答对得分、答错扣分”等不同情境；改变问题，由“求鸡兔各几只”变为“已知鸡的数量，求兔的数量”；甚至可以将问题开放化，如“头共 30，脚共 94，但笼子里还有三条腿的‘怪鸡’，问有几种可能？”这些变式由浅入深，由易到难，层层递进，引导学生的思维不断向纵深发展。通过解决这一系列由“母题”衍生出的问题，学生对“假设法”“列表法”等核心解题思想的理解会更加深刻和灵活，能够真正做到举一反三，触类旁通。

（三）一题多问

“一题多问”训练的核心在于培养学生的问题意识和深度探究能力。它要求学生完成基本的问题解答之后，不满足于单一的结论，而是围绕题目所给定的信息和情境，从不同的角度、沿着不同的思维路径，自主地提出更多、更有价值的数学问题。这种训练能够有效激发学生的好奇心和求知欲，引导他们从被动地



接受问题转向主动地发现问题和创造问题。

在教学中,教师可以创设一个允许学生自由提问、大胆质疑的课堂环境。在一道题目或一个情境呈现之后,除了解决预设的问题,教师更应该鼓励学生去发现其中隐藏的数学信息,并根据这些信息提出新的问题。例如,在学习了长方形的周长和面积计算后,给出一个“长8米,宽5米”的长方形。除了计算周长和面积,教师可以启发学生:

1. 如果周长不变,长和宽可以是多少?那时的面积又是多少?什么时候面积最大?
2. 如果面积不变,长和宽可以有哪些变化?那时的周长又是多少?什么时候周长最小?
3. 如果将它分割成两个相同的小长方形,每个小长方形的周长和面积是多少?
4. 如果用它来铺地,需要多少块边长为1米的正方形地砖?

通过这样的“多问”过程,学生将题目信息“吃干榨尽”,其思维的广阔性和深刻性得到了极大的锻炼。学生不仅巩固了知识,更重要的是学会了如何观察、如何联想、如何从一个已知的点出发,向四面八方辐射自己的思维触角,这种主动探究和发现问题的能力,是创新精神最直接的体现。

二、直觉思维的训练

数学直觉思维是在没有完整逻辑推理的情况下,对数学对象、结构或关系迅速作出某种判断、猜想或理解的思维活动。它具有快速性、跳跃性和或然性等特点,是数学发现和创新的重要催化剂。在小学阶段,有意识地培养学生的直觉思维,有助于他们形成对数学问题的敏锐洞察力。

(一) 鼓励大胆猜想

猜想是数学发现的起点,是直觉思维最直接的表现形式。在完整的逻辑证明建立之前,几乎所有的数学定理都源于一个精彩的猜想。因此,在小学数学教学中,教师必须高度重视并积极鼓励学生进行大胆的数学猜想。这不仅是培养学生直觉思维的有效途径,更是激发他们科学探索精神和创新意识的关键环节。营造一个宽松、民主、安全的课堂氛围至关重要,要让学生明白,猜想没有绝对的对错之分,它只是思维过程中的一个阶段,即使猜想最终被证明是错误的,其价值

也丝毫不减,因为它为后续的探究指明了方向或排除了某种可能。

在教学过程中,教师可以设计一些富有启发性和探索性的问题情境,引导学生进行观察、实验、归纳,并在此基础上提出自己的猜想。例如,在探究“三角形内角和”时,教师可以让学生先画出不同类型(锐角、直角、钝角)的三角形,然后用量角器分别测量它们的内角和。当学生发现测量结果都非常接近180度时,教师就可以适时地鼓励他们:“你发现了什么规律?能不能大胆地猜一下,是不是所有的三角形内角和都是180度?”这个猜想为接下来的剪拼、折叠等验证活动提供了明确的目标。又如,在学习商不变的性质时,通过呈现“ $8 \div 4 = 2$ ”、“ $80 \div 40 = 2$ ”、“ $800 \div 400 = 2$ ”等一组算式,引导学生观察被除数、除数和商的变化规律,并猜想“被除数和除数同时乘或除以相同的数(0除外),商不变”。这种从具体实例出发,通过不完全归纳法提出猜想的训练,能够有效锻炼学生的直觉洞察力,让他们体验到数学发现的喜悦。

(二) 重视整体把握

直觉思维往往不是对问题细节的琐碎分析,而是对问题整体结构、关系和趋势的宏观洞察。因此,培养学生的直觉思维,必须引导他们学会从整体上观察和把握问题,而不是一开始就陷入具体的运算和步骤之中。这种“整体观”能够帮助学生快速抓住问题的本质,预见解题的大致方向,形成一种宏观层面的解题策略。

在解题教学中,教师应引导学生养成“先审题,后解题”的习惯,并且审题的重点不仅仅是看清数字和问题,更要从整体上分析题目给出的信息结构和数量关系。例如,在面对一道复杂的应用题时,可以指导学生先画出线段图或关系图,将题目中的各个要素及其关系直观地呈现出来。通过观察这个“整体”的图像,学生往往能够直觉地感受到哪个量是单位“1”,各个量之间是“和”“差”还是“倍数”关系,从而迅速找到解题的突破口。再在进行估算训练时,要求学生不是精确计算,而是对运算结果的数量级有一个快速的、整体的判断。例如,“ 398×21 ”的结果大约是多少?学生需要从整体上把握“398 接近 400”,“21 接近 20”,从而直觉地判断出结果在 8000 左右。

这种对问题全局的洞察和掌控能力,使得学生在面对陌生或复杂问题时,不会感到手足无措,而是能够凭借数学直觉,迅速形成一个初步的、方向正确的判断和思路。这种能力对于提升解题效率和建立数学自信心都具有不可估量的价值,



是高级数学思维活动的重要基础。

（三）培养数感与形感

数感和形感是数学直觉思维在两个最核心领域的具体体现，是学生数学素养的重要标志。数感主要是指对数及其关系的直观感知、理解和运用能力，包括数的意义、大小关系、运算结果的估计、在实际情境中的应用等。形感则是指对几何图形及其位置关系的直观感知和把握能力，包括形状的识别、空间方位的想象、图形变换的预见等。

培养数感，需要在丰富的实践活动中进行。例如，教师可以经常进行估算训练，让学生猜测一瓶豆子的数量、估计教室的长度等，并将猜测结果与实际测量进行比较，从而不断校准自己的感知。在运算中，要引导学生关注数与数之间的联系，如看到 25 就想到 4，看到 125 就想到 8。要鼓励学生用多样化的方式表示数，理解数的相对大小，例如在数轴上感受数的位置。良好的数感能让学生在面对计算时，对结果的合理性有一个直觉的预判，从而有效避免和发现计算错误。

形感的培养则更依赖于观察、操作和想象。教学中应提供大量的动手操作机会，如用七巧板拼图、用小正方体搭建立体图形、进行图形的折叠、剪切和旋转等。在学习“从不同方向观察物体”时，让学生亲身去观察，并想象在另一位置会看到怎样的图形。在学习轴对称、平移、旋转时，让学生在方格纸上亲自画一画、移一移、转一转。通过这些活动，学生头脑中会逐渐积累丰富的图形表象，当他们再遇到几何问题时，便能直觉地调用这些表象，进行空间想象和几何推理，从而快速把握图形的性质和变换规律。

三、批判性思维的训练

批判性思维是一种以逻辑和分析为基础，进行质疑、辨析、反思和评估的理性思维。在小学数学中培养学生的批判性思维，旨在引导他们不盲从、不迷信，学会独立思考和理性判断，形成严谨求实的科学态度，这是学生创新能力发展的根本保障。

（一）鼓励质疑与提问

质疑是批判性思维的起点。一个善于质疑的学生，必然是一个勤于思考的学生。在传统教学中，学生往往被定位为知识的被动接受者，习惯于听从和记忆。要培养批判性思维，就必须打破这种常规，将课堂转变为一个充满思辨和探究的

场所,积极鼓励学生对教材、对教师、对同学乃至对既有的结论提出自己的疑问和不同看法。

教师需要有意识地创设能够引发学生认知冲突的情境,激发他们的质疑欲望。例如,在教学中可以故意设置一些“陷阱”或呈现一些看似合理但实则错误的结论,引导学生去发现其中的破绽。当学生提出一个有价值的疑问,即使它可能挑战了教师的权威或打乱了预设的教学流程,教师也应给予高度的赞扬和积极的回应,并组织全班同学共同探讨。例如,有学生在学习了“圆的面积公式 $S=\pi r^2$ ”后提问:“为什么不能像求长方形面积那样,用半径乘以半径再乘以一个常数呢? π 是怎么来的?”这就是一个极具批判精神的问题。教师应抓住这个契机,引导学生回顾圆面积公式的推导过程(无限分割、逼近),从而让学生不仅知其然,更知其所以然。鼓励学生大胆说“不”,敢于向权威和定论发起挑战,是培养其独立人格和科学精神的第一步。

(二) 引导反思与辨析

反思与辨析是批判性思维的核心环节。学会反思,意味着学生能够对自己的学习过程和思维活动进行审视和评估;学会辨析,则意味着学生能够在多种观点、多种方法中进行比较、甄别和选择。这一过程是思维自我监控和自我完善的过程,对于提升思维的深刻性和严密性至关重要。

引导学生进行解题后的反思,是培养这一能力的有效途径。在完成一道题目后,教师不应简单地以答案收场,而是要引导学生回顾整个解题过程,思考以下问题:

1. 我的解题思路是怎样形成的?关键的一步是什么?
2. 这个方法是最优的吗?有没有更简洁或更巧妙的思路?(与前文的发散思维训练相呼应)
3. 在解题过程中遇到了哪些困难?是如何克服的?如果题目条件发生变化,这个方法还适用吗?(与前文的一题多变训练相呼应)

组织课堂辨析活动也同样重要。当出现多种不同的解法或观点时,教师可以组织一场小型的辩论会,让持有不同意见的学生各自陈述理由,并对对方的观点进行分析和诘问。例如,在讨论“0是不是自然数”这类有争议性的问题时,让学生分别阐述自己的理由,并在相互辩驳中厘清概念的演变和不同规定下的具体语境。通过辨析,学生学会了如何清晰地表达自己的观点,如何寻找证据来支撑



论点,如何有理有据地分析和评价他人的观点。这个过程极大地锻炼了他们的逻辑思维能力和理性判断能力。

（三）培养独立思考能力

培养独立思考能力是数学思维训练的最终归宿,也是批判性思维的最高表现。它要求学生在面对问题时,能够不依赖他人,自主地进行分析、探索、实践和创造。具备独立思考能力的学生,才是真正意义上的学习的主人,他们能够主动地建构自己的知识体系,并运用所学去解决未知的挑战。

要培养学生的独立思考能力,教师必须在教学中有意识地“放手”。这意味着要给学生留出足够的自主探索时间和空间。教师的角色不应是“保姆”,事事包办,而应是“脚手架”,在关键处给予支撑,待学生能力提升后及时撤离。在课堂上,减少满堂灌,多一些让学生独立默读、默想、默算的时间。在布置作业时,可以设计一些开放性的、没有标准答案的探究性任务,鼓励学生用自己的方式去探索和呈现结果。例如,让学生自己设计一个家庭月度收支统计表,并分析家庭的消费特点,提出理财建议。

建立科学的评价体系也至关重要。评价的重点不应仅仅是学生是否答对了,更要关注他们是否参与了思考过程,是否有自己独特的想法,是否在原有基础上有所进步。对于那些敢于尝试、虽败犹荣的探索,应给予更多的鼓励和肯定。当学生习惯于独立面对挑战,乐于在思考中体验艰辛与喜悦,他们的思维才能真正获得自由和解放,批判性思维与创新精神才能真正落地生根,伴随他们一生的成长。

第三节 开放性问题的设计

开放性问题在小学数学教学中发挥着至关重要的作用,它成功打破了传统封闭式问题的局限,为学生构建了更广阔的思维空间和探究平台。通过设计和实施开放性问题,能够有效激发学生的好奇心与求知欲,培养其发现问题、提出问题、分析问题和解决问题的综合能力,从而促进数学核心素养的深度发展。

一、开放性问题的类型与特点

开放性问题由于其结构、条件、结论或解题策略等方面的不唯一性,呈现出

丰富多样的形态。根据其开放的维度，我们通常可以将其划分为不同的类型，每种类型都具有独特的教育价值和培养侧重，共同构成了丰富的小学数学探究式学习资源。开放性问题的具体分类、核心特点与培养侧重，可见下表。

小学数学开放性问题类型特点一览表

类型	开放维度	特点 / 核心价值	培养侧重
条件开放型	输入条件不确定	考验信息处理与数学建模意识	信息筛选、 数学建模能力
结论开放型	输出答案不唯一	鼓励发散性思维与创新意识	多角度思考、 发现可能性
策略开放型	解决路径多样化	强调思维灵活性与解题策略优化	解题方法多样性、 优化选择
综合开放型	多重因素开放	展现应用价值，要求最高综合能力	实践能力、数据分析、 项目规划

（一）条件开放型问题

条件开放型问题，是指问题的结论是确定的，但解决问题所需的条件是不充分或多余的，需要学生根据实际情况或已有知识进行补充、选择或调整。这类问题的主要特点在于考验学生的信息处理能力和数学建模意识。面对不确定的条件，学生必须首先对问题情境进行深入分析，明确目标结论与所需条件之间的逻辑关系。

例如，在学习了“长方形的面积”后，可以设计这样一个问题：“一个长方形花坛的面积是 24 平方米，它的长和宽可能是多少米？”这个问题中，结论（面积）是确定的，但条件（长和宽）是开放的。学生需要运用乘法和因数的知识，找出所有可能的整数解，如（1, 24）、（2, 12）、（3, 8）、（4, 6）。如果进一步引导，还可以探讨长和宽为小数的情况，这便将学生的思维从离散引向连续。此类问题鼓励学生从不同角度思考，打破了“唯一答案”的思维定势，使其认识到数学问题的条件与结论之间灵活多变的关系。在解决问题的过程中，学生不仅巩固了基础知识，更体验了主动探究、筛选信息和分类讨论的数学活动，其分析能力和逻辑思维能力得到了有效锻炼。

（二）结论开放型问题

结论开放型问题是指问题的条件是充分且确定的，但问题的结论不是唯一的，而是多样的、发散的。这类问题旨在鼓励学生进行多角度、多层次的思考，从而



发现更多可能性,培养其发散性思维和创新意识。其核心特点在于“答案不唯一”,学生可以根据自己的理解和发现,得出不同的、但都合理的结论。

例如,在教学“统计”相关知识时,教师可以提供某班级一周内每天的体温晨检数据统计表,然后提问:“观察这张统计表,你发现了什么?”这是一个典型的结论开放型问题。学生可以从多个维度进行观察和分析:有的学生可能发现“全班同学的体温都在正常范围内”;有的学生可能会计算出“本周平均体温最高的是星期三”;还有的学生可能通过观察数据波动,提出“星期五的体温数据比星期一更集中”等等。每个学生都可能成为信息的发现者和发布者,他们从数据中解读出的信息,都是基于个人观察和分析得出的合理结论。

这种问题的设计,极大地调动了学生学习的主动性。它将学生从被动的答案寻找者,转变为主动的知识建构者。在探索不同结论的过程中,学生需要调动已有的知识储备,进行观察、比较、分析、归纳和概括。这不仅加深了对知识的理解,更重要的是培养了学生敢于提问、乐于表达、善于发现的科学探究精神,使其在数学学习中感受到探索的乐趣和成功的喜悦。

(三) 策略开放型问题

策略开放型问题,也称为解题方法多样化问题,是指问题的条件和结论都是确定的,但解决问题的路径或方法不是唯一的。这类问题重在考查学生思维的灵活性、深刻性和独创性,鼓励学生从不同角度切入,运用多种方法解决同一个问题,并在此过程中比较不同策略的优劣。它强调“殊途同归”,核心价值在于展示数学思维的多样性与解题策略的优化选择。例如,在面对经典的“鸡兔同笼”问题时,学生们既可以使用传统的假设法,也可以尝试列表法、画图法,甚至可以引导高年级学生尝试建立简单的方程组来求解。每一种方法都对应着一种不同的思维路径。通过展示和比较这些方法,学生能够直观地感受到数学方法的丰富性,并学会在具体情境中选择更为简洁、高效的解题策略。这个过程本身就是一种重要的数学训练,它帮助学生建立起“优化”的意识,提升了思维品质。策略开放型问题的设计,能够有效防止学生形成僵化的解题套路,促使其在面对新问题时,能够主动、灵活地调动和重组知识,寻找最优解题路径,从而真正提升其解决实际问题的能力。

(四) 综合开放型问题

综合开放型问题是融合了条件、结论、策略中两种或两种以上开放因素的问题。

题类型，是开放性问题中复杂度最高、对学生综合能力要求也最高的一种。它通常具有情境真实、信息复杂、内在联系多样的特点，要求学生在解决问题的过程中，既要处理不确定的条件，又要探索多样的结论，同时还需运用灵活的策略。这类问题最能体现数学的应用价值，也最能全面地培养学生的核心素养。

其主要特点可以概括为：

1. 情境的真实性与综合性：问题往往源于学生的实际生活、社会热点或跨学科领域，如“如何为班级春游设计一份最经济的购物清单？”“怎样设计一个既美观又实用的学校小花园？”等。这些问题包含了数学知识、生活常识、经济核算、审美设计等多重元素。

2. 思维的整合性与创造性：解决这类问题，学生需要调动所有相关的知识和经验，进行信息的筛选、重组、分析和判断。它不仅仅是知识的简单应用，更是对学生问题解决模型构建能力、批判性思维和创造性思维的全面挑战。学生在解决问题的过程中，可能会生成全新的方案或独特的见解。

例如，“学校要举办运动会，请你为四年级（共120人）设计购买奖品的方案，总预算不超过800元。”在这个问题中，奖品的种类、数量、单价（条件）是开放的，最终的购买方案（结论）是开放的，如何进行预算分配和选择搭配（策略）也是开放的。学生需要调查不同奖品的价格，考虑获奖的人数和奖项等级，进行预算的规划与调整，最终形成一份或多份详实可行的方案。这个过程完整地模拟了一个小型项目研究，极大地锻炼了学生的实践能力、数据分析能力和决策能力。

二、开放性问题的设计原则

设计高质量的开放性问题成功实施探究式教学的前提。一个好的开放性问题，不仅能激发学生的学习兴趣，还能引导其进行深度思考和主动探索。因此，在设计过程中，教师需要遵循一系列原则，确保问题既有吸引力又有教育价值，能够真正服务于学生核心素养的培育目标。

（一）趣味性与挑战性相结合

趣味性是激发学生探究欲望的“点火器”。数学学习对于部分小学生而言，可能显得枯燥和抽象。将问题置于生动有趣、贴近学生生活的情境之中，如童话故事、热门游戏、校园生活、家庭趣事等，可以极大地吸引学生的注意力，使其产生亲切感和探究的内在动力。问题的情境包装要自然、巧妙，让学生在愉悦的



氛围中不知不觉地进入数学思考。例如,可以将“鸡兔同笼”问题包装成“一个魔法森林里,独角兽和双头龙共有10个头,26只角,问独角兽和双头龙各有几只?”这样的情境更能激发学生的想象力和解题热情。

挑战性则是驱动学生思维深入的“发动机”。开放性问题必须具有一定的思维深度,能够让学生“跳一跳,够得着”。问题不能过于简单,以至于学生不假思索就能得出答案;也不能过于艰深,以至于学生束手无策,产生挫败感。这个“度”的把握至关重要。一个具有适当挑战性的问题,应该能让学生感受到自己的知识储备存在“缺口”,需要通过努力思考、动手尝试、与人合作才能填补。

问题的挑战性可以体现在多个层面:可以是认知冲突的挑战,即问题情境与学生已有认知经验产生矛盾;也可以是思维方法的挑战,即常规方法难以解决,需要转换思路或另辟蹊径;还可以是探究过程的挑战,即需要学生进行分类、归纳、推理等一系列复杂的思维活动。设计者需要精准把握学生的“最近发展区”,让问题恰好落在学生舒适区与恐慌区的中间地带,使其在克服困难、解决问题的过程中,体验到智力活动的乐趣和成就感,从而建立起学好数学的自信心。

(二) 基础性与发展性相结合

开放性问题的设计必须立足于课程标准和教材内容,其所需的核心知识和基本技能应是学生已经掌握或正在学习的。这是确保问题可解性的基础。问题不能脱离学生的知识根基,成为无源之水、无本之木。问题的切入点应该低,让学生都有机会参与思考,能够动用自己已有的知识进行初步的尝试。例如,一个关于图形面积的开放性问题,其解决基础必然是学生已经学过的长方形、正方形面积计算公式。

在夯实基础之上,开放性问题更重要的价值在于其发展性。问题应该具有足够的“生长空间”,能够引导学生将基础知识进行迁移、重组和拓展,从而向更高层次的思维水平迈进。一个好的开放性问题,其答案的层次应该是丰富的。基础较好的学生可以探索得更深、更广,发现更多规律或得出更优化的方案;而基础相对薄弱的学生也能在自己力所能及的范围内,通过基本方法的运用,得到一个或几个初步的答案。问题就像一个阶梯,不同的学生可以攀爬到不同的高度,但每个人都在向上发展。这种“低起点,高落点”的设计,真正体现了面向全体、因材施教的教育理念。它使得一次教学活动能够满足不同层次学生的发展需求,让每个学生都能在原有基础上获得思维的提升和能力的成长。

（三）思维性与实践性相结合

数学源于生活，也应服务于生活。开放性问题的设计应注重数学思维与实际应用的紧密联系，引导学生在“做”中学数学，在“用”中感悟数学。问题的提出要尽可能地与学生的现实生活、动手实践活动相结合，让学生感受到数学的实用价值，体会到用数学解决实际问题的乐趣。这种设计能够打破数学与生活之间的壁垒，让抽象的数学知识变得鲜活、具体。

一方面，问题要能促进数学思维的深化。它应该能够引发学生进行观察、猜测、验证、推理、交流等一系列核心的数学思维活动。问题情境的创设、问题的提问方式都应指向思维的训练。例如，设计“用36厘米长的绳子围成一个长方形，怎样围才能使面积最大？”这类问题，学生在动手操作或列表计算的过程中，会自然而然地发现长和宽越接近，面积就越大的规律。这个从具体操作到抽象规律的发现过程，正是数学思维培养的关键所在。另一方面，问题要强调实践操作的重要性。许多数学概念和规律，只有在动手实践中才能被学生深刻理解和内化。设计一些需要学生亲自动手测量、制作、实验的开放性问题，如“设计一个能容纳12个乒乓球的包装盒，使其最节省材料”，能让学生在设计、测量、计算、比较的完整实践链条中，综合运用几何、统计、优化等多种知识，其解决问题的能力与实践创新能力将得到显著提升。

三、开放性问题的教学实施

精心设计的开放性问题如同优质的种子，需要适宜的土壤和精心的培育才能生根发芽、开花结果。教学实施环节是决定开放性问题能否真正发挥其育人价值的关键。教师需要转变角色，从知识的传授者转变为学生学习的引导者、组织者和合作者，为学生的自主探究创设宽松、和谐、有序的教学环境。

（一）给学生充足的思考时间

开放性问题的解决过程，本质上是一种探索和创造的过程，它不同于封闭式问题的机械模仿和快速复制。学生的思维需要经历一个从模糊到清晰、从发散到收敛、从试错到修正的复杂过程。这个过程需要时间作为保障。在开放性问题教学中，教师最忌讳的就是心浮气躁，急于看到结果。当问题抛出后，教室里可能会出现短暂的“沉寂”，但这并非意味着学生无所事事，而恰恰是他们大脑高速运转、思维火花开始萌发的宝贵时刻。教师要尊重并保护这份“沉寂”，给予学



生独立思考的“留白”。无论是个人沉思、动手操作，还是小组内短暂的初步交流，都需要充足的时间来展开。仓促的催促会打断学生的思维链条，压抑他们深入探究的欲望，使开放性问题的教学流于形式。只有让学生在不受打扰的时空中，自由地进行联想、猜测、验证，他们才可能迸发出创造的火花，形成个性化的见解和策略，开放性问题的价值也才能得以真正彰显。

（二）组织有效的交流讨论

在学生经过独立思考，有了一些初步的想法或困惑之后，组织有效的全班或小组交流讨论，是深化理解、碰撞思维、共享智慧的重要环节。这个环节绝非简单的“好学生”成果展示，而应是全体学生思维的共振场。教师需要精心设计交流的流程和规则。例如，可以先让学生在小组内分享各自的想法，无论对错、成熟与否，都应得到尊重和倾听。小组内部的互助与辩论，可以帮助学生完善自己的思路，发现自己未曾考虑到的角度。

在全班交流时，教师要善于捕捉和展示具有代表性、启发性的不同解法或结论。特别要关注那些看似“幼稚”或“错误”的想法，因为它们往往是通往正确理解的必经之路，蕴含着宝贵的思维价值。教师可以通过追问“你是怎么想到这个方法的？”“你的想法很有趣，能再多说一点吗？”来鼓励学生清晰地表达自己的思维过程。同时，要引导学生之间进行积极的互动，如“大家听懂他的方法了吗？谁有不同的看法？”“比较这两种方法，你觉得它们各有什么优点？”通过这样的组织，学生不仅学会了如何表达，更学会了如何倾听、如何批判、如何借鉴。一个有效的交流讨论，能让不同层次的学生都受益，实现知识的共享和思维的共同成长。

（三）进行恰当的点评与引导

教师的点评与引导是开放性问题教学的“点睛之笔”。其核心原则是“引而不发，评而不判”。教师的职责不是直接给出标准答案，而是通过恰当的介入，帮助学生梳理思路、提升认识、总结规律。点评要富有激励性，多肯定学生的探究精神、独特想法和合作态度，保护其好奇心和自信心。对于学生多样化的结论和策略，只要是合理的，都应给予充分的肯定，让学生感受到“条条大路通罗马”的数学魅力。

当学生在探究中遇到障碍，迷失方向时，教师的引导应是启发式的。可以通过提出一些关键性的问题，或者提供一个辅助性的工具、一个相似的案例，来为

学生的思维“搭脚手架”，帮助他们自己走出困境。例如，当学生在“面积最大”问题中陷入无序尝试时，教师可以引导：“我们已经试了这么多组数据，能不能把它们整理一下，看看有没有什么规律呢？”这种引导是授之以渔，而非授之以鱼，它指向数学思想方法的感悟。

在教学的最后阶段，教师需要带领学生对整个探究过程进行回顾与反思。总结解决了什么问题、用了哪些方法、发现了什么规律、还有哪些新的疑问。这个过程是知识结构化、能力系统化的关键一步。通过画龙点睛式的点评与引导，教师帮助学生将探究过程中获得的零散的、感性的经验，升华为理性的、结构化的数学知识和思想方法，从而真正实现核心素养的内化与提升。

第四节 创新能力的培养模式

一、探究式学习模式

探究式学习是一种以学生为中心、以问题为驱动的教学模式，它强调学生在教师的科学引导下，像科学家一样去发现问题、分析问题和解决问题。在小学数学教学中，运用探究式学习能够有效激发学生的好奇心与求知欲，引导他们亲身经历知识的形成过程，从而在自主探索中培养创新意识和实践能力，让数学学习从被动接受转变为一场充满乐趣与挑战的发现之旅。

（一）创设问题情境

创设富有启发性的问题情境是探究式学习的起点和关键。一个好的问题情境能够迅速抓住学生的注意力，激发其内在的探究动机，使抽象的数学知识与学生熟悉的生活经验紧密相连。教师应善于从学生的生活实际、童话故事、游戏活动中挖掘数学元素，将枯燥的数学问题转化为生动有趣、富有挑战性的任务。例如，在教学“分类与整理”时，可以创设“帮助小熊整理杂乱的玩具屋”的情境，让学生在具体的操作中思考分类的标准和方法，体验数学的应用价值，感受数学就在身边。

情境的创设需要具有一定的开放性和探索空间，避免过于直白或一步到位的提问。问题应该像一颗投入平静湖面的石子，能够激起学生思维的涟漪。例如，学习“圆的认识”时，教师可以提问：“为什么车轮都要做成圆形的？做成正方



形或三角形可以吗？”这类问题源于生活，又充满思辨性，能够引导学生从观察、猜测、验证的完整探究过程中，逐步深化对圆形特征的理解。通过将知识镶嵌在有意义的情境中，学生不仅学会了数学，更重要的是学会了如何像数学家一样思考，从而点燃创新的火花。

精心设计的问题情境还能培养学生的问题意识，即从平常事物中发现和提出有价值问题的能力。教师可以引导学生观察生活中的数学现象，比如超市的打折促销、小区绿化的面积计算等，鼓励他们用数学的眼光看待世界，并尝试提出自己的疑问。这种从“解决问题”到“发现问题”的转变，是创新能力培养中的一次重要飞跃，它意味着学生开始从知识的被动消费者转变为知识的主动探究者和创造者。

（二）引导学生自主探究

在引人入胜的问题情境基础上，教师的核心任务是放手让学生进行自主探究，成为学习过程的引导者、组织者和合作者，而非知识的直接灌输者。自主探究是学生构建知识、发展思维的中心环节。教师应给予学生充足的时间和空间，鼓励他们运用画图、操作、实验、猜测、验证等多种方式，从不同角度寻找解决问题的途径。在这个过程中，学生的主体地位得到充分尊重，他们的个性化思考和独特见解得以展现。

引导并非放任自流。当学生在探究中遇到困难或偏离方向时，教师需要适时介入，通过追问、提示或者提供必要的“脚手架”来帮助学生克服障碍。例如，在探究“三角形的面积”公式时，学生可能会想到用数格子的方法，但面对不完整的方格会感到困惑。此时，教师可以启发：“我们能不能把这个不熟悉的图形，变成一个已经学过的图形来计算呢？比如长方形或者平行四边形？”这样的引导能够巧妙地将学生的思维引向“转化”的数学思想，帮助他们自主发现将两个完全相同的三角形可以拼成一个平行四边形，从而推导出面积计算公式。这个过程让学生体验到“再创造”的喜悦，深刻理解知识的来龙去脉，其创新思维在潜移默化中得到锻炼和提升。

（三）鼓励合作交流与成果展示

个体的自主探究是创新的基础，而合作交流则是催生和深化创新的重要催化剂。在探究过程中，组织学生进行小组合作，能够让不同思维水平、不同认知风格的学生相互启发、优势互补。通过讨论，学生可以分享各自的发现，质疑他人

的观点，在思维的碰撞中共同完善解决方案。这种合作不仅锻炼了学生的沟通表达能力和团队协作精神，更重要的是，它让学生学会从多个角度审视问题，使思考更加全面和深刻。

成果展示环节是探究式学习总结和展示的关键环节，也是学生分享成功、建立自信的重要平台。教师应鼓励学生用清晰的语言、直观的图示、生动的演示等多种方式，将小组的探究过程和结论公之于众。这个过程不仅是对学习成果的总结，更是一次深度的思维复盘。在展示和答辩中，学生需要组织自己的思路，回应来自其他小组的提问和挑战，这极大地锻炼了他们的逻辑思辨能力和批判性思维。

教师在评价时，应采取鼓励性的策略，更多地关注学生在探究过程中表现出的好奇心、想象力以及解决问题的独特思路，而非仅仅以答案的正确与否作为唯一标准。可以通过以下方式进行：

1. 过程性评价：观察并记录学生在探究活动中的参与度、提出的想法以及与同伴的协作情况。

2. 多元化展示：允许学生使用绘画、模型、短剧、报告等多种形式来呈现他们的学习成果，展现其创造力。

通过营造开放、包容的交流氛围，让每一次探究都成为一场思想的盛宴，学生的创新潜能将在分享与展示中得到最大程度的释放。

二、项目式学习模式

项目式学习是一种以真实、复杂的问题为驱动，引导学生在持续的探究中，通过团队协作完成一个具有现实意义的项目，并最终产出公开作品的教学模式。它将学习置于一个完整的、有挑战性的任务框架中，要求学生综合运用多学科知识解决实际问题。在小学数学领域，项目式学习能够打破学科壁垒，让学生在“做项目”中体验数学的价值，培养其系统思考、解决复杂问题和创新的综合能力。

（一）确定有意义的驱动性问题

项目式学习的灵魂在于一个精心设计的驱动性问题。这个问题必须具有真实性、开放性和挑战性，能够点燃学生的探究热情，并足以支撑起一个持续数周甚至更长时间的学习项目。一个好的驱动性问题通常源自于学生的真实生活，或与社会热点紧密相关，它要求学生不仅仅是回忆信息，而是需要进行分析、评估和



创造。例如，“如何为我们的班级设计一个既经济又环保的资源回收角？”这个问题就比“计算几个废品箱的体积”要更有驱动力。

为了设计出有效的驱动性问题，教师需要深入研究课程标准与教材内容，找到数学知识与现实世界的连接点。问题应当是开放的，没有唯一的标准答案，从而为学生提供广阔的探究空间。例如，在学习了“统计与概率”和“图形与几何”后，可以提出项目“我们的校园安全吗？——校园安全隐患调查与改进方案设计”。这个问题驱动学生去观察、测量、访谈、收集数据，并运用统计图表分析问题，最后通过绘制规划图、制作模型等方式提出解决方案。这个过程不仅巩固了数学知识，更培养了学生的社会责任感和实践创新能力。

（二）开展持续的探究过程

项目式学习强调一个持续且深入的探究过程，而非一次性的活动。在这个过程中，学生需要像真正的项目管理者一样，经历提出问题、制定计划、收集信息、分析数据、构建模型、测试修正等一系列环节。教师的角色是项目的引导者和资源提供者，在关键节点给予指导，但不过多干预学生的自主探索。这个过程是动态的、非线性的，充满了试错与迭代。

探究过程始于对驱动性问题的分解。学生小组需要将大的项目问题分解成一系列可以研究的小问题，并分工合作，制定详细的行动计划。例如，在“设计一周营养午餐”的项目中，学生需要研究不同食物的营养成分、了解同学的口味偏好、计算采购成本、设计菜谱等。他们可能需要上网查阅资料、去市场进行调查、采访食堂工作人员，这些活动都构成了探究的一部分。

在探究中，数学知识和技能被作为解决问题的工具而自然地应用。学生为了分析调查数据，会主动去学习如何制作条形图或扇形图；为了计算成本，会反复练习小数的四则运算。知识在真实的需求中被激活，学习变得主动而深刻。

教师需要为学生提供丰富的学习资源，包括书籍、网站、专家访谈机会等，并教授他们如何获取和筛选信息。同时，教师要引导学生定期进行反思和评估，审视项目进展，调整研究方向。这个持续的探究过程，完整地模拟了真实世界中解决问题的流程，让学生的创新能力在复杂的实践挑战中得到全方位的锻炼。

（三）创作公开的作品成果

项目式学习的终点并非仅仅是找到问题的答案，而是要创作出一个可以向他人展示的、具体的作品或成果。这个作品是学生学习过程的结晶，也是他们智慧

和努力的物化体现。它要求学生将探究过程中获得的零散发现和数据进行整合、提炼和可视化,使其能够清晰、有力地传达给观众。作品的形式是多样的,可以是一份详尽的研究报告、一个精心制作的实物模型、一场生动的演示发布会、一部纪录短片,或者一个服务于社区的实际解决方案。

公开展示是项目式学习中不可或缺的一环。它为学生的学习成果提供了一个真实的“听众”,可能是其他班级的同学、老师、家长,甚至是社区的专家。这种公开性给学生带来了一种积极的压力和荣誉感,促使他们以更高的标准来要求自己的作品,反复打磨、力求完美。例如,在“校园绿地规划”项目中,学生最终向校长和后勤老师展示他们设计的校园绿地改造模型和方案报告,并现场回答问题,这无疑是一次极具挑战性和成就感的经历。

在创作和展示的过程中,学生的多种能力得到了综合运用。他们需要运用逻辑思维来构建报告的结构,运用艺术审美来美化作品的外观,运用语言表达能力来进行精彩的演讲。更重要的是,他们学会了如何将自己的思想和成果有效地传递给他人,这本身就是一种高级的创新能力。通过创作公开的作品,学习不再是学生与教师之间的私事,而成为了一次有意义的社会性沟通,学生在分享创造的喜悦中,获得了深刻而持久的成长。

参考文献

- [1] 潘丽.小学数学核心素养培育在教学上的指导意义及开展[J].考试周刊, 2017(82):1.
- [2] 赵晓霞.基于思维可视化的小学数学核心素养培育[J].数学学习与研究: 初一版, 2022(19):101-103.
- [3] 黄芳频.信息技术在小学数学核心素养培育中的应用策略研究[J].教师, 2024(24):36-38.
- [4] 金秋浩.深度学习视角下小学生数学核心素养培育的策略——以小学数学三年级下“条形统计图(二)”教学为例[J].现代教学, 2024(19):49-50.
- [5] 王丽.小学数学核心素养培育的基本路径分析[C]/荆楚学术(2020年3月).2020.
- [6] 张大荣.探究小学数学核心素养培育策略[J].南北桥, 2019(18):1.DOI:10.3969/j.issn.1672-0407.2019.18.058.
- [7] 姚飞艳.数学核心素养培育中小学数学教改策略[J].[2025-12-05].
- [8] 卢刚.小学数学教学中核心素养的培育途径与注意点[J]. 2024.
- [9] 阙意茜.数学核心素养培育导向下的小学第一学段运算能力培养实践研究[D].西南大学,2022.
- [10] 王玉莲.小学低段数学核心素养培育探究[J].学生电脑, 2021, 000(001):P.1-1.
- [11] 白杨.小学数学学科核心素养培育的基本路径[J].启迪与智慧:教育, 2020.
- [12] 周晓凤.小学数学学科核心素养及其培育的基本路径[J].中学英语之友:外语学法教法研究, 2018(11): 56-56.
- [13] 万义军.小学数学学科核心素养及其培育的基本路径[J].当代教育实践与教学研究(电子刊), 2017, 000(012):215.DOI:10.3969/j.issn.2095-6711.2017.12.181.
- [14] 刘卫国.新课改视野下小学数学核心素养培育的几点思考[J].中国西部, 2017(4):293.DOI:10.3969/j.issn.1008-0694.2017.04.330.
- [15] 解传奇.指向思维可视化的小学数学核心素养培育研究[J].智慧少年, 2024(28).



- [16] 沈叶丽.”双新”背景下小学数学核心素养培育初探[J].现代教学, 2024(23): 45-46.
- [17] 张晓宇.新课标视域下小学数学核心素养培育的路径探究[J].炫动漫, 2023(10): 0094-0096.
- [18] 蒋玲玲.指向数学核心素养培育的小学数学单元作业设计--以”几何小实践”一课为例[J].现代教学, 2023(19):32-33.
- [19] 杨长武.小学数学核心素养培育策略例谈[J].青海教育, 2024(9):65-65.
- [20] 苏承超.基于思维可视化的小学数学核心素养培育研究[J].天津教育, 2022(33): 55-57.
- [21] 刘文敬.生活化视角下的小学数学核心素养培育研究[J].科幻画报, 2022(12): 38-39.
- [22] 颜光勤.小学数学核心素养培育初探[J].课程教育研究:学法教法研究, 2020.
- [23] 陈琼.浅谈《按比例分配》教学实践中的小学数学核心素养培育[J].教学考试, 2017, 000(024):120.
- [24] 张希财.小学数学核心素养培育初探[C]//国家教师科研专项基金科研成果(二).2016.
- [25] 曹培英.小学数学学科核心素养及其培育的基本路径[J].课程.教材.教法, 2017(2):6.DOI:CNKI:SUN:KJJF.0.2017-02-013.
- [26] 李延霞.小学数学学科核心素养及其培育的基本路径[J].好家长:创新教育, 2017(6):1.
- [27] 姜珊珊.小学生数学核心素养培育路径[J].新课程教学(电子版), 2024(21): 14-16.